Library of the Museum

OF

COMPARATIVE ZOÖLOGY,

AT HARVARD COLLEGE, CAMBRIDGE, MASS.

Founded by private subscription, in 1861.

No. 7138.
Jan. 4 1879.

7138.
Jan 4. 1879

Mittheilungen

des

naturwissenschaftlichen Vereines

für

Steiermark.

Jahrgang 1872.

Mit 4 lithographirten Tafeln.

(Herausgegeben vom Vereine.)

GRAZ, 1872.

Inhalt.

Seite

I. Vereinsangelegenheiten.

Personalstand I
Ansprache des Vereinspräsidenten Prof. **A. Rollet** XVII
Bericht des Rechnungsführers **Georg Dorfmeister** XXVIII
Verzeichniss der im Jahre 1870 bis 1872 dem Vereine zugekommenen Geschenke XXX
Gesellschaften, Vereine nnd Anstalten, mit welchen Schriftentausch stattfindet XL
Berichte über die Vorträge in den Monatsversammlungen der Vereinsmitglieder:
am 17. Juni 1871 XLIV
„ 28. October 1871 XLV
„ 25. November 1871 XLVIII
„ 30. Dezember 1871 LI
„ 27. Jänner 1872 LII
„ 24. Februar 1872 LIV
„ 23. März 1872 LVII
„ 6. April 1872 LX
„ 27. April 1872 LXII
Bericht über die Jahresversammlung am 25. Mai 1872 LXII
Geschäftsbericht für das Vereinsjahr 1871/72 LXIII

Seite

II. Abhandlungen.

H. Leitgeb: Zur Morphologie der Metzgeria furcata 3

K. Friesach: Ueber die analitische nnd geometrische Bedeutung der Grössen 15

J. Chadima: Ueber die Homologie zwischen den männlichen und weiblichen äussern Sexualorganen der Orthoptera Saltatoria Latr. . 25

Ferdinand Graf: Botanische Excursionen in Istrien 34

Gustav Untchj: Beiträge zur Kenntniss der Basalte Steiermarks und der Fahlerze in Tirol 47

Dr. **A. Toepler**: Ueber eine Erweiterung der periodischen Reihenentwickelung und deren Deutung 64

Personalstand

des naturwissenschaftlichen Vereines für Steiermark.

Direction:

Präsident:

Dr. Alexander Rollet.

Vice-Präsidenten:

Dr. August Toepler. — Dr. K. von Friesach.

Secretär prov.:
Max Buchner.

Rechnungsführer:
Georg Dorfmeister.

Directions-Mitglieder:

Franz Gatterer.
Johann Rumpf.
Jakob Pöschl.
Dr. Wilhelm Eichler.

Mitglieder:

A. Ehren-Mitglieder.

Herr **Fenzl Eduard,** Dr., k. k. Universitäts-Professor, Director des k. k. botan. Hof-Cabinets . . in Wien.
„ **Hauer Franz,** Ritter von, Dr., k. k. Sectionsrath und Director der geologischen Reichsanstalt . . . . . „ „
„ **Jelinek Karl,** Dr., Director der k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus „ „
„ **Kenngott Adolf,** Dr., Professor an der Hochschule . . . . . „ Zürich.
„ **Kjerulf Theodor,** Dr., Universitäts-Professor „ Christiania.
„ **Kokscharow Nikolai,** von, Berg-Ingenieur . „ Petersburg.

Herr **Nägeli Karl,** Dr., Professor . . . . . in München.
„ **Prior Richard Chandler Alexander,** Dr. . „ London.
„ **Schmidt** Oscar, Dr., Universitäts-Professor . „ Strassburg.
„ **Tomasini Mutius,** Ritter von, k. k. Hofrath . „ Triest.

B. Correspondirende Mitglieder:

Herr **Bielz** E. Albert, k. Finanz-Secretär . . . . in Hermannstadt.
„ **Bucchich** Gregorio, Naturforscher, Telegraphenbeamter . . . . . „ Lesina.
„ **Canaval** Jos. Leodegar, Custos am Landesmuseum . . . . . „ Klagenfurt.
„ **Colbeau** Jules, Secretär der malacozoologischen Gesellschaft . . . . . „ Brüssel.
„ **Deschmann** Karl, Dr., Custos am Landesmuseum „ Laibach.
„ **Fontaine** César, Naturforscher . . . . . „ Papignies.
„ **Frauenfeld** Georg, Ritter von, Custos am k. k. zoologischen Museum . . . . . „ Wien.
„ **Hann** Julius, Dr., Adjunct an der k. k. Centralanstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus . . . . . „ „
„ **Hohenbühel** Ludwig, Freiherr von, genannt **Heufler zu Rasen,** k. k. Kämmerer, Ministerialrath . . . . . „ „
„ **Prettner** Johann, Physiker, Fabriksdirector . „ Klagenfurt.
„ **Redtenbacher** Ludwig, Dr., Director des k. k zoologischen Museums . . . . . „ Wien.
„ **Reichardt** Heinrich W., Dr., Custos am k. k. botanischen Hof-Cabinete . . . . . „ „
„ **Reiser** M., Dr., k. k. Notar und Bürgermeister „ Marburg.
„ **Rogenhofer** Alois, Custos am k. k. zoologischen Museum . . . . . „ Wien.
„ **Senoner** Adolf, Bibliotheks-Beamter an der k. k. geologischen Reichsanstalt . . . . „ „
„ **Sirski,** Dr., Custos am zoologischen Museum . „ Triest.
„ **Speyer** Oskar, Dr., Sekretär des Vereines für Naturkunde . . . . . „ Cassel.
„ **Stur** Dionys, k. k. Bergrath . . . . . „ Wien.
„ **Ullepitsch** Josef, Controlor des k. k. Punzirungs-Amtes . . . . . „ Prag.
„ **Weitenweber** Wilhelm Rudolf, Dr., . . . „ „

C. Ordentliche Mitglieder.

Herr **Achtschin** Josef, Kaufmann . . . . . in Graz.
„ **Ackerl** Josef, städtischer Ingenieur. . . . „ „
Frl. **Adam** Julie . . . . . „ „

Herr **Aichelburg** Ferdinand, Freiherr von, k. k. Hauptmann . . . . . in Graz.
„ **Aichelburg** Karl, Freiherr von, Realitätenbesitzer . . . . . „ „
„ **Aichhorn** Sigmund, Dr., Director der landschaftl. Ober-Realschule und Professor der technischen Hochschule . . . . „ „
„ **Aichinger** Karl, Baumeister . . . . . „ „
„ **Alber** Albin, Haus- und Fabriksbesitzer . „ „
„ **Allé** Moriz, Dr., Professor der technischen Hochschule . . . . . „ „
„ **Altmann** Alois, Dr., Hof- und Gerichts-Advokat . . . . . „ „
„ **Alwens** Friedrich, Dr., Director und Professor an der Akademie für Handel und Industrie „ „
„ **Am Pach** Wilhelm, von und auf **Grienfelden**, k. k. Bezirkshauptmann . . . . . „ Weiz.
„ **Anaker** Josef, Edler von, k. k. Major . . „ Graz.
„ **Andrieu** Friedrich Bruno, Fabrikant . . „ „
„ **Appelius** Franz, k. k. Major . . . . . „ „
„ **Archer** Max, Dr., Advocaturs-Candidat . . „ „
„ **Attems** Ferdinand, Graf, k. k. Kämmerer und erblicher Reichsrath . . . . . „ „
„ **Attems** Friedrich, Graf, k. k. Kämmerer und Gutsbesitzer . . . . . „ „
„ **Attems** Ignaz, Graf, Privat . . . . . „ „
„ **Ballif** Philipp, Eisenbahningenieur . . . „ „
„ **Bartels** Eduard, k. k. Oberstlieutenant . „ „
„ **Barthl** Franz, Dr., Advocat . . . . . „ „
„ **Bauerschmidt** Karl, erster Magistratsrath „ „
„ **Baumgartner** Heinrich, Gymnasiallehrer . „ Pettau.
„ **Bayer** Franz, Dr., Advocaturs-Candidat . „ Graz.
„ **Bayer** Hans, Dr., Advocaturs-Candidat . . „ Steyer.
„ **Beer** Josef, General-Secretär der k. k. Gartenbau-Gesellschaft . . . . . „ Wien.
„ **Belczak** Karl, Assistent der technischen Hochschule . . . . . „ Graz.
„ **Benedek** Ludwig, Ritter von, Excellenz, k. k. Feldzeugmeister in Pension . . „ „
„ **Berg** Gustav, Freiherr von, k. k. Oberst-Lieutenant . . . . . „ „
„ **Beyer** Rudolf, Buchhalter an der Handelsbank „ „
„ **Bischof** Ferd., Dr., k. k. Universitäts-Professor „ „
„ **Blasek** Wenzel, k. k. Oberst . . . . . „ „
„ **Blodig** Karl, Dr, k. k. Universitäts-Professor „ „
„ **Bolzmann** Ludwig, k. k. Univers.-Professor „ „

Herr **Borstner** Vinzenz, Professor am Gymnasium in Klagenfurt.
„ **Borszéki** Karl, Official bei dem k. ungarischen obersten Gerichtshofe . . . . . „ Pest.
„ **Böhm** Josef, Dr., Professor an der Handels-Akademie . . . . . „ Wien.
„ **Börner** Ernst, Doctor der Medicin . . . . „ Graz.
„ **Brancsig** Karl, Mediciner . . . . . „ „
„ **Braunhofer** Johann, Edler von **Braunhof**, k. k. Feldmarschall-Lieutenant . . . . „ Graz.
„ **Breisach** Wilhelm, von, k. k. Contre-Admiral „ „
Frau **Brigido** Caroline, Gräfin . . . . . „ „
Herr **Bruck** Otto, Freiherr von, k. k. Fregatten-Capitän . . . . . „ Fiume.
„ **Buchner** Max, Professor an der landsch. Ober-Realschule und Docent an der technischen Hochschule . . . . . „ Graz.
„ **Bude** Leopold, Chemiker und Photograph . . „ „
„ **Bullmann** Jakob, Stadtbaumeister . . . . „ „
„ **Burkard** Karl, Cassier der steierm. Sparcasse „ „
„ **Butter** Franz, Spediteur . . . . . „ „
„ **Buwa** Johann, Inhaber einer Musik-Bildungs-Anstalt . . . . . „ „
„ **Byloff** Friedrich, k. k. Bauadjunkt in Marburg „ Marburg.
„ **Call** Adolf, Freiherr von, Dr. . . . . „ Graz.
„ **Carneri** Bartholomäus, Ritter von, Gutsbesitzer „ Wildhaus.
„ **Caspar** Josef, Dr., Secundararzt . . . . „ Graz.
„ **Castellitz** Johann, k. k. Gerichts-Adjunct . . „ Cilli.
„ **Chadima** Josef, Studirender der Philosophie . „ Graz.
„ **Chornitzer** Eduard, Doctorand der Rechte . „ Wien.
„ **Christomanno** Theodor, Studirender . . . „ „
„ **Clar** Conrad, Doctor der Philosophie und Medicin, Badearzt . . . . . „ Graz.
„ **Clar** Franz, Dr., k. k. Universitäts-Professor . „ „
„ **Czermak**, k. k. Universitäts-Professor, Sanitätsrath, Director der Landesirrenanstalt . . „ „
„ **Czernin** Humbert, Graf, k. k. Kämmerer und Major . . . . . „ „
Frau **Czernin** Therese, Gräfin, geb. Gräfin **Grünne** „ „
Herr **Da Pra** Anton, Gutsbesitzer . . . . . „ Belluno.
„ **Dawidowski** Franz, Präsident des Gewerbevereines . . . . . „ Graz.
„ **Decrinis** Mathias, Dr., Advocat . . . . . „ „
„ **Demelius** Gustav, Dr., k. k. Universitäts-Professor . . . . . „ „
„ **Détschy** Wilhelm Anton, Dr., practischer Arzt „ „
„ **Dettelbach** Johann, Eisenhändler . . . . „ „

70 Herr **Dietl** Ferdinand Adolf, Controlor der k. k. Post-Directions-Casse . . . . . in Graz.
„ **Dirnböck** Franz, k. k. Ober-Verpflegs-Commissär . . . . . „ „
„ **Dissauer** Franz, Dr., Advocat . . . . . „ „
„ **Dorfmeister** Georg, k. k. Ingenieur . . . „ „
„ **Dworschak** Johann, Dr., Advocat . . . . „ „
„ **Eberstaller** Josef, Kaufmann . . . . . „ Kremsmünster.
„ **Ebner** Victor, Ritter von, Dr., k. k. Universitäts-Professor . . . . . „ Innsbruck.
„ **Ecker** Adolf, Banquier . . . . . „ Graz.
„ **Egger** Josef, k. k. Gymnasial-Professor . . „ „
„ **Eichler** Johann, Apotheker . . . . . „ „
80 „ **Eichler** Wilhelm, Dr., Professor der technischen Hochschule . . . . . „ „
„ **Eisfeldt** Gustav, Director der Bürgerschule . „ „
„ **Eisl** Reinhold, Zentraldirector der k. k. priv. Graz-Köflacher Eisenbahn . . . . . „ „
„ **Elschnig** Anton, Dr., Director der k. k. Lehrerbildungs-Anstalt . . . . . „ Marburg.
„ **Emele** Karl, Doctor der Medicin . . . . „ Graz.
„ **Ertl** Johann, Dr., Primararzt . . . . . „ „
„ **Ettingshausen** Albert, von, Dr., Assistent an der k. k. Universität . . . . . „ „
„ **Ettingshausen** Karl, von, k. k. Ober-Finanzrath „ „
„ **Feiller** Franz, von, k. k. Beamter . . . . „ Eibiswald.
„ **Ferlinz** Eduard, Buchhändler . . . . . „ Marburg.
90 Frau **Ferro** Augustine, Edle von, k. k. Ministerialraths-Gattin . . . . . „ Graz.
Frl. **Ferro** Seraphine, Edle von . . . . . „ „
Herr **Fetz** Anton, Glashändler . . . . . „ Marburg.
„ **Fichtner** Hermann, k. k. Ingenieur . . . . „ Graz.
„ **Fink** Julius, Dr., Chef einer Handelsschule . „ „
„ **Finschger** Josef, Dr., Advocat . . . . . „ „
„ **Floigl** Josef, Handelsmann . . . . . „ „
„ **Flucher** Karl, Hausbesitzer . . . . . „ Marburg.
„ **Folwarczny** Karl, Dr., k. k. Universitäts-Professor . . . . . „ Graz.
„ **Formacher** Carl, von, Gutsbesitzer . . . . „ W.-Feistritz.
100 „ **Fossl** Victor, Dr. der Medicin . . . . . „ Graz.
„ **Frank** Franz, Dr. der Medicin . . . . . „ „
„ **Frank** Moriz, Ritter von . . . . . „ „
„ **Freiheim** Eduard, Chef des Stadtbureaus der k. k. Südbahn . . . . . „ „
„ **Freydl** Michael, kaiserlicher Rath . . . . „ „
„ **Friedrich** Adalbert, k. k. Bauadjunct . . . „ „

Herr **Friesach** Karl, Dr., k. k. Hauptmann und Universitäts-Professor . . . . . in Graz.
„ **Frischauf** Johann, Dr. k. k. Universitäts-Professor . . . . . „ „
„ **Fuchs** Anton, Inhaber der Auctionshalle . . . „ „
„ **Fünfkirchen** Franz, Graf, k. k. Kämmerer . . „ „
„ **Fürst** Camillo, Mediciner . . . . . „ „
„ **Fürst** Ernst, Privat . . . . . „ „
„ **Fürstenwärther** Leopold, Freiherr von, Burgsass zu **Odenberg**, k. k. Oberst-Lieutenant . „ „
Frl. **Fürstenwärther** Gabriele, Freiin von . . . „ „
Herr **Gabricly** Adolf, von, Architekt, Professor der technischen Hochschule . . . . . „ „
„ **Gatterer** Franz, k. k. Major . . . . . „ „
„ **Gauby** Albert, Lehrer an der k. k. Lehrer-Bildungs-Anstalt . . . . . „ „
„ **Geissler** Josef, Bürger und Hausbesitzer . . . „ „
„ **Geutebrück** Ernst, Director der Zucker-Raffinerie „ „
„ **Gionovich** Nicolaus B., Magister der Pharmacie „ Perzagno bei Cattaro.
„ **Glaunach** Elias, Ritter von, Privat . . . . „ Graz.
„ **Gleispach** Karl, Graf, Excellenz, k. k. Geheimrath und Kämmerer . . . . . „ „
„ **Gnirs** Valentin, Zahnarzt . . . . . „ „
„ **Gobanz** Josef, Dr., k. k. Landes-Schulinspector . „ Klagenfurt.
„ **Gollob** Josef, Privat . . . . . „ Graz.
„ **Gorizzutti** Franz, Freiherr von, k. k. Feldmarschall-Lieutenant . . . . . „ „
„ **Gottlieb** Johann, Dr., Professor der technischen Hochschule . . . . . „ „
„ **Gödl** Conrad, Dr., Advocaturs-Candidat . . . „ „
„ **Göth** Georg, Dr., em. Director und Custos am landsch. Joanneum . . . . . „ „
„ **Graber** Vitus, Dr., Gymnasial-Professor . . . „ „
„ **Grablowitz** Victor, Apotheker . . . . . „ „
„ **Graf** Ferdinand, Beamter der st. Sparcasse, Gemeinderath . . . . . „ „
„ **Graff** Ludwig, Studirender der Philosophie . . „ „
„ **Gräfenstein** Fritz, von, Dr., Advocaturs-Candidat „ „
„ **Grimm** Hermann, Communal-Arzt . . . . . „ „
Frl. **Grossnigg** Anna, Lehrerin an der städtischen Volksschule . . . . . „ „
Herr **Grósz** Leopold, Doctor der Medicin und Chirurgie „ Ofen.
„ **Gruber** Josef, Studirender der Philosophie . . „ Graz.
„ **Günner** Hugo, k. k. Baurath . . . . . „ „
Das **k. k. Gymnasium** . . . . . „ „
„ **k. k. Gymnasium** . . . . . „ Cilli.

Herr **Haimel** Franz, Dr., praktischer Arzt . . . . in Graz.
Frl. **Halm** Pauline, Malerin . . . . . „ Schladming.
Herr **Hammer-Purgstall** Karl, Freiherr von, k. k. Hauptmann und Gutsbesitzer . . . . . „ Hainfeld.
„ **Hanf** Blasius, Pfarrer . . . . . „ Mariahof.
„ **Hanninger** Louis, Hof-Weinlieferant . . . . „ Graz.
„ **Hanstein** Wilhelm, Freiherr von, k. k. Oberstlieutenant . . . . . „ „
„ **Harter** Rudolf, Müllermeister . . . . . „ „
Frl. **Hartmann** Rosalie . . . . . „ „
Frau **Hartl** Ludowika, Medicin-Doctors-Gattin . . . „ Pest.
150 Herr **Hatzi** Anton, Pfarrer . . . . . „ Landl.
„ **Haus** von **Hausen**, Dr., Badearzt . . . . . „ Gleichenberg.
„ **Hausegger** Friedrich, von, Dr., Advocat . . . „ Graz.
„ **Hauser** Karl, Procuraführer . . . . . „ Marburg.
„ **Hauzenbichl** Johann, Dr. der Medicin . . . „ Graz.
„ **Heinrich** Adalbert Julius, Dr., k. k. Finanzrath „ „
„ **Heinzl** Richard, Dr., k. k. Universitäts-Professor „ „
„ **Helly** Karl, Dr., k. k. Universitäts-Professor . . „ „
„ **Helms** Julius, Ritter von, k. k. Sectionsrath . „ „
„ **Herberstein** Sigmund, Graf . . . . . „ „
160 Frau **Herberstein** Julie, Gräfin . . . . . „ „
Herr **Heschl** Richard, Dr., k. k. Universitäts-Professor „ „
„ **Hildebrand** Richard, Dr., k. k. Universitäts-Professor . . . . . „ „
„ **Hillebrandt** Vincenz, Doctor der Medicin . . „ „
„ **Hippmann** Theodor, Bergverwalter . . . . „ Fohnsdorf.
„ **Hirsch** Anton, k. k. Waldmeister in Pension . „ Linz.
„ **Hlawatschek** Franz, Professor der technischen Hochschule . . . . . „ Graz.
„ **Hlubek** Franz, von, Dr., kaiserl. Rath und em. Professor . . . . . „ „
„ **Hofer** Eduard, Dr, Professor an der l. Oberrealschule . . . . . „ „
„ **Hofmann** Mathias, Apotheker . . . . . „ „
170 „ **Holzinger** Josef Bonav., Doctor der Rechte . . „ „
„ **Horky** Josef, Architect, Professor der technischen Hochschule . . . . . „ „
„ **Hornung** Anton, Dr., k. k. Professor . . . . „ „
„ **Horstig** Moriz, Ritter von, Fabriksbesitzer . . „ „
„ **Höberth** Josef, Edler von **Schwarzthal**, k. k. Ober-Kriegs-Commissär . . . . . „ „
„ **Huber** Josef, Pr., k. k. Gymnasial-Professor . . „ Cilli.
„ **Huber** Victor, k. k. Statthalterei-Secretär . . „ Graz.
„ **Hubmann** Franz, k. k. Finanz-Concipient . . „ „
„ **Hutter** Vincenz, Apotheker . . . . . „ „
„ **Jamnik** Franz, Kunsthändler . . . . . „ „

180	Herr	**Januth** Johann, Wund- und Zahnarzt . . .	in Innsbruck.
	„	**Jäger** Gustav, Lithographie-Besitzer . . .	„ Wien.
	„	**Jenko** August, Dr., Advocat	„ Mürzzuschlag.
	„	**Josch** Eduard, Ritter von, k. k. Landesgerichts-Präsident	„ Graz.
	„	**Ipavic** Benjamin, Dr., praktischer Arzt . .	„ „
	„	**Janschitz** Eduard, Buchdruckerei-Besitzer .	„ Marburg.
	„	**Jungl** Josef, Kaufmann	„ Graz.
	„	**Kaiser** Josef, senior, Kaufmann	„ „
	„	**Kaiser** Josef, junior, Kaufmann	„ „
	„	**Kalman** Heinrich, Professor an der Weinbauschule	„ Marburg.
190	„	**Kaltenegger** Ferdinand, Professor . . .	„ Graz.
	„	**Karajan** Max, Ritter von, Dr., k. k. Universitäts-Professor	„ „
	„	**Kasper** Josef, Rentier	„ „
	„	**Kautezky** Johann, Adjunct der steir. Sparcasse	„ „
	„	**Keller** Leberecht, Buchhändler	„ „
	„	**Kernstock** Ernest, Hörer der Philosophie .	„ „
	„	**Kessler** Heribert, Kaufmann	„ „
	„	**Kirchsberg** Karl von, k. k. General-Major .	„ „
	„	**Klein** Leo, Dr., Advocat	„ Leibnitz.
	„	**Kleinoscheg** Johann, Banquier	„ Graz.
200	„	**Kleither**, k. k. Bezirksrichter in Pension . .	„ Marburg.
	Frau	**Klerr** Agatha, Private	„ Graz.
	Herr	**Klodič** Anton, k. k. Gymnasial-Professor . .	„ Görz.
	„	**Kmelniger** Thomas, k. k. Hauptmann . .	„ Weiz.
	„	**Kmetitsch** Friedr., Director einer Erziehungs-Anstalt	„ Graz.
	„	**Knabl** Richard, Dr., fürstbisch. Rath und Pfarrer	„ „
	„	**Koch** Josef, Ritter von, Dr., Director der landsch. Thierheil-Anstalt	„ „
	„	**Kotzbek** Josef, Doctor	„ Radkersburg.
	„	**Kotzmuth** Johann, Dr., Advocat	„ Marburg.
	„	**Kodolitsch** Richard, Edler von, Gutsbesitzer	„ Graz.
210	Frau	**Kodolitsch** Ottilie, Edle von	„ „
	Herr	**Kofler** Sigmund, Dr., Advocaturs-Concipient .	„ Leibnitz.
	„	**Kottowitz** Gustav, von, Dr., Director des Tobelbades	„ Graz.
	„	**Königsbrunn** Hermann, Freiherr von, Professor an der landsch. Zeichnungs-Akademie	„ „
	„	**Körner** Moriz, Dr., k. k. Universitäts-Professor	„ „
	„	**Koutny** Emil, Professor an der technischen Hochschule	„ „
	„	**Kreetzig** Gustav, von, Apotheker	„ Leibnitz.
	„	**Krappek** Heinrich, Photograph	„ Marburg.

	Herr	**Krasowesz** Adolf, Apotheker	in Feldbach.
	„	**Kratky** Max, Dr., Advocaturs-Candidat . .	„ Graz.
220	„	**Krause** Franz, Dr., Bahnarzt	„ Pettau.
	„	**Krenberger** Josef, Weltpriester	„ Rabs.
	„	**Krieger** Gustav, Dr., Chemiker und Fabrikant	„ Graz.
	„	**Kronberger** Josef, Lehrer	„ „
	„	**Krones** Franz, Dr., k. k. Universitäts-Professor	„ „
	„	**Kulmer** Rudolf, Freiherr von, Professor der technischen Hochschule	„ „
	„	**Lang** Donat August, Dr., Director der landsch. Irrenanstalt in Pension	„ Wien.
	„	**Lattermann** Franz, Freiherr von, Excellenz, k. k. Oberlandesgerichts-Präsident . . .	„ Graz.
	„	**Layer** August, Dr., Advocat	„ „
	„	**Lebzeltern** Heinrich, Freiherr von, k. k. Vice-Präsident	„ „
230	„	**Le Comte** Theophil, Privat	„ Lessines.
	„	**Lehrner** Josef, Eisenwerks-Beamter . . .	„ St. Aegidi.
	„	**Leidenfrost** Robert, Dr., evangelischer Pfarrer	„ Graz.
	„	**Leinner** Ignaz, k. k. Oberst-Lieutenant . .	„ „
	„	**Leitgeb** Hubert, Dr., k. k. Universitäts-Professor	„ „
	„	**Leitner** Alois, Steinmetzmeister	„ „
	„	**Leitner** C. Gottfried, Ritter von, st. st. Secretär	„ „
	„	**Leutsch** Otto, Freiherr von, k. k. Hauptmann	„ Meltsch bei Troppau.
	„	**Leyer** Karl, Dr., Fabriksbesitzer	„ Graz.
	„	**Liebich** Johann, k. k. Ober-Ingenieur . .	„ Lietzen.
240	„	**Liebscher** Conrad, Cassier der steiermärk. Escompte-Bank	„ Graz.
	„	**Lindermann** Karl, Dr., praktischer Arzt . .	„ „
	„	**Linner** Rudolf, städtischer Bau-Director . .	„ „
	„	**Lipp** Eduard, Dr., Primararzt im allg. Krankenhause	„ „
	„	**Lippich** Ferdinand, Professor an der k. k. Universität	„ Prag.
	„	**Listeneder** Eduard, k. k. Statthalterei-Rath	„ Graz.
	„	**Loevy** Adolf, Doctor der Medicin und Chirurgie	„ Temesvar.
	„	**Lorber** Franz, Professor an der k. k. Berg-Akademie	„ Leoben.
	„	**Ludwig** Ferdinand, Director der Bergmann'schen Eisengiesserei	„ Graz.
	„	**Luschin** Arnold, Dr., Adjunct im landschaftl. Archiv	„ „
250	„	**Luschin** Eugen, Ingenieur	„ Wien.
	„	**Macchio** Florian, Freiherr von, k. k. Feldmarschall-Lieutenant	„ Graz.

Herr **Macher** Mathias, Dr., jubil. k. k. Bezirksarzt in Graz.
„ **Maly** Otto, Dr., praktischer Arzt . . . . „ Kapfenberg.
„ **Mandel**, Victor von, k. k. Feldmarschall-Lieutenant . . . . . „ Graz.
„ **Mandell** Rudolf, Freiherr von, k. k. Oberst-Lieutenant . . . . . „ „
„ **Mann** Karl, Eisenbahn-Ingenieur . . . . „ Kroatien.
„ **Mann** Ludwig, Doctor der Medicin . . . „ Graz.
„ **Marek** Bernhard, k. k. Ingenieur . . . . „ „
„ **Maresch** Anton, Director am zweiten k. k. Staats-Gymnasium . . . . . „ „
260 „ **Maresch** Johann, Sparcasse-Beamter . . . „ „
„ **Martinitz** Franz, Freiherr von, Hörer der Rechte . . . . . „ „
„ **Mastalka** Eduard, k. k. Forstverwalter . . „ Mürzzuschlag.
„ **Matthey-Guenet** Ernst, Privat . . . . „ Graz
„ **Mayer** von **Heldenfeld** Franz, Bezirks-Commissär . . . . . „ „
„ **Mayr** Jakob, Privat . . . . . „ „
„ **Mayr** Richard, Apotheker . . . . . „ Gleisdorf.
„ **Märzroth** Lambert, Revisor . . . . . „ Graz.
„ **Mell** Alexander, Techniker . . . . . „ „
„ **Melling** Franz, Privat . . . . . „ „
270 „ **Michael** Adolf, k. k. Berg-Commissär . . „ Leoben.
„ **Michelitsch** Anton, Advocat . . . . . „ Graz.
„ **Mildschuh** Otto Franz, Realitätenbesitzer . „ „
„ **Miller** Albert, Ritter von **Hauenfels**, Professor an der k. k. Berg-Akademie . . . „ Leoben.
„ **Miskey** Jakob, Fabriksbesitzer . . . . . „ Graz.
„ **Miskey** Ignaz, Edler von **Delney**, Privat . „ „
„ **Mitsch** Heinrich, Gewerke . . . . . „ „
„ **Mitterbacher** Franz, Dr., Bibliothekar am l. Joanneum . . . . . „ „
„ **Močnik** Franz, Dr., k. k. Landes-Schulrath . „ „
„ **Mohr** Adolf, k. k. Landesgerichts- und Bezirks-Wundarzt . . . . . „ „
280 „ **Müller** Johann, Apotheker . . . . . „ „
„ **Müller** Zeno, Priester, Abt . . . . . „ Admont.
„ **Mürle** Karl, k. k. Professor . . . . . „ St. Pölten.
„ **Murmann** Otto, Cleriker des Benediktiner-Stifes . . . . . „ Melk.
„ **Nagher** Franz, k. k. Ober-Ingenieur . . . „ Graz.
„ **Navratil** Josef, Professor an der k. k. Ober-Realschule . . . . . „ Marburg.
„ **Netoliczka** Eugen, Dr., Professor an der landsch. Ober-Realschule . . . . . „ Graz.
„ **Neumeyer** Vincenz, Advocat . . . . . „ „

Herr **Niederhofer** Johann, landschaftl. Beamter . in Graz.
„ **Niemtschik** Rudolf, Professor am k. k. Polytechnikum . . . . . „ Wien.
290 „ **Obersteiner** Johann, k. k. Münzamts-Vorstand „ Graz.
„ **Oertl** Franz Josef, k. k. Bezirks-Thierarzt . „ Suczawa.
„ **Ohmeyer** Karl, Architekt und Realitätenbesitzer . . . . . „ Graz.
„ **Pauschitz** Philipp, Professor am zweiten Staatsgymnasium . . . . . „ „
„ **Peball** Leopold, von, Dr., k. k. Universitäts-Professor . . . . . „ „
„ **Pesendorfer** Alexander, Gewerk, ... „ Rottenmann.
„ **Pesendorfer** Ludwig, Gewerk . . . . . „ Graz.
„ **Pesendorfer** Victor, Privat . . . . . „ „
„ **Peters** Karl, Dr., k k. Universitäts-Professor „ „
„ **Petrasch** Johann, Obergärtner am landschaftl Joanneum . . . . . „ „
300 „ **Petrich** Emil, Assistent für Chemie . . . „ „
„ **Petzek** Theodor, von, k. k. Major . . . . „ „
„ **Pfriemer** Julius, Weinhändler . . . . . „ Marburg.
„ **Pichler** Adolf, Edler von, k. k. Statthalterei-Rath . . . . . „ „
„ **Pistor** Johann, Reichsritter von, Gutsbesitzer „ „
„ **Pitschikovski** Theodor, Arzt . . . . . „ Hausbrunn.
„ **Pittoni** Josef Claudius, Ritter von **Dannenfeldt**, k. k. Truchsess . . . . . „ Graz.
„ **Planer** Julius, Edler von, Dr., k. k. Universitäts-Professor . . . . . „ „
„ **Plappart** Cajetan, Ritter von, Doctor der Medicin . . . . . „ „
„ **Platzer** Rudolf, Ritter von, k. k. Beamter . „ „
310 „ **Pogatschnigg** Valentin, k. k. Bezirks-Commissär . . . . . „ Villach.
„ **Pokorny** Ludwig Eduard, k. k. Finanzrath . „ Graz.
„ **Polley** Karl, Gutsbesitzer . . . . . „ Sessana.
„ **Portugall** Ferdinand, Dr., Vice-Bürgermeister „ Graz.
„ **Postuwanschitz** Johann, Kaufmann . . . „ „
„ **Potpeschnigg** Karl Julius, Dr., k. k. Bezirks-Commissär . . . . . „ Feldbach.
„ **Potpetschnigg** Johann N., Doctor der Medicin „ Graz.
„ **Pöschl** Jakob, Professor und Director der technischen Hochschule . . . . . „ „
„ **Prager** Dominik, Armen-Bezirks-Director und Hausbesitzer . . . . . „ „
„ **Prettenhofer** Josef, k. k. Steueramts-Controlor . . . . . „ Gleisdorf.
320 „ **Pröll** Alois, Dr., Stiftsarzt . . . . . „ Admont.

Herr **Pröll** Ludwig, k. k. Bezirksrichter . . . . in Schladming.
„ **Proboscht** Franz, städtischer Lehrer . . . „ Graz.
„ **Pulsator** Rudolf, k. k. Notar . . . . . „ „
„ **Purgleitner** Josef sen., Apotheker . . . . „ „
„ **Purgleitner** Josef jun., Apotheker . . . „ „
„ **Purgleitner** Friedrich, Pharmazeut . . . „ „
„ **Puthon** Victor, Freiherr von, Bez.-Commissär „ „
„ **Quass** Rudolf, Dr., Secundararzt . . . . „ „
„ **Rachoy** Franz, Bergverwalter . . . . . „ Münzenberg.
330 „ **Rachoy** Josef, Verweser . . . . . „ Ainbach.
„ **Ransburg** Sigmund, k. k. Ingenieur . . . „ Graz.
„ **Rauter** Johann, Professor an der k. k. Lehrerbildungs-Anstalt . . . . . „ „
Die **k. k. Realschule** . . . . . „ Marburg.
Herr **Rebenburg** Gottfried, Edler von, Privat . . „ Graz.
„ **Reddi** August, Dr., Advocat . . . . . „ „
„ **Regenhardt** Jakob, Dr., praktischer Arzt . „ „
„ **Reibenschuh** Anton Franz, Professor der k. k. Ober-Realschule . . . . . „ Marburg.
„ **Reichel** Heinrich, Maschinen-Ingenieur der k. k. Marine . . . . . „ Graz.
„ **Reicher** Johann, k. k. Bezirksrichter . . . „ Bruck.
340 „ **Reinert** Albert, Director der evangel. Hauptschule . . . . . „ Graz.
„ **Reininghaus** Peter, Fabriksbesitzer . . . „ „
„ **Reithammer** A. Emil, Apotheker . . . . „ Pettau
„ **Reyer** Alexander, Dr., k. k. Professor . . . „ Graz.
„ **Richter** Julius, Dr., praktischer Arzt. . . „ „
„ **Rieckh** Franz, Fabriksbesitzer . . . . . „ „
„ **Rigler** Anton, von, Dr., Notar . . . . . „ „
„ **Rogner** Johann, Dr., Professor an der technischen Hochschule . . . . . „ „
„ **Rohn** Arnold, k. k. Militär-Verwaltungs-Beamter . . . . . „ „
„ **Rollet** Alex, Dr., k. k. Universitäts-Professor „ „
350 „ **Ressl** Emil, Dr., Beamter der k. k. Finanz-Procuratur . . . . . „ „
„ **Rossich** Alexander, Doctor der Medicin und Chirurgie . . . . . „ Luttenberg.
„ **Rozbaud** Wenzel, k. k. Steuereinnehmer . . „ Leibnitz.
„ **Rožek** Johann Alexander, Professor am k. k. Gymnasium . . . . . „ Graz.
„ **Ruck** Adolf, Professor an der Akademie für Handel und Industrie . . . . . „ „
„ **Rudolf** Bruno, Pharmazeut . . . . . „ Magdeburg.
„ **Rumpf** Joh., Adjunct am landsch. Joanneum „ Graz.

Herr **Rupp** Johann, Doctor . . . . . in Graz.
„ **Rüti** Caspar, von, Maschinen-Inspector in Pension „ „
„ **Rzehaczek** Karl, von, Dr., k. k. Universitäts-Professor . . . . . „ „
360 „ **Sabin** Otto, Doctor der Medicin . . . . „ St. Peter.
„ **Sacher-Masoch** Leopold, Ritter von, k. k. Hofrath . . . . . „ Graz.
„ **Sailler** Arnold, Dr., Advocaturs-Candidat . . „ „
„ **Sailler** Franz, k. k. Ober-Finanzrath . . . „ „
„ **Sallinger** Michael, k. k. Hauptmann . . . „ „
„ **Salzgeber** Ferdinand, Doctor der Medicin . „ „
„ **Sauersik** Josef, Dr., Advocat . . . . . „ „
„ **Scanzoni** Hermann, landsch. Ingenieur . . „ „
„ **Scarnitzel** Karl, Doctor der Rechte . . . „ „
„ **Schauenstein** Adolf, Dr., k. k. Universitäts-Professor . . . . . „ „
370 „ **Schaumburg** Karl, k. k. Ober-Baurath . . „ Laibach.
„ **Scheidtenberger** Karl, Professor der technischen Hochschule . . . . . „ Graz.
„ **Schenkel** Karl, Dr., k. k. Universitäts-Professor „ „
„ **Scherer** Ferd., Ritter von, Dr., k k Statthalterei-Rath . . . . . „ „
„ **Schiessler** Oskar, von, k. k. Bezirks-Hauptmann . . . . . „ Bruck.
„ **Schillinger** Franz, Dr., k. ung. Ober-Bergphysiker . . . . . „ Schemnitz.
„ **Schlangenhausen** Fridolin, Doctor der Medicin . . . . . „ Graz.
„ **Schlechta** Franz, Dr., Advocat . . . . „ „
„ **Schluetenberg** Albert, von, Doctor der Rechte „ „
„ **Schmidburg** Rudolf, Freiherr von, k. k. General-Major, Kämmerer . . . . . „ „
380 „ **Schmidt** Anton, k. k. Rechnungsrath . . . „ „
„ **Schmidt** Friedrich, Ingenieur . . . . . „ „
„ **Schmidt** Hermann, k. k. Ingenieur . . . „ „
„ **Schmidt** Wilfried, Professor der theologischen Lehranstalt . . . . . „ Admont.
„ **Schmirger** Johann, Professor der technischen Hochschule . . . . . „ Graz.
„ **Schön** Adolf, k. k. Oberst-Lieutenant . . . „ „
Frau **Schönamsgruber** Philippine Ernest., Private „ „
Herr **Schreiner** Moriz, Ritter von, Dr. und Advocat, Bürgermeister . . . . . „ „
„ **Schultz** Erhard, Dr., Prediger der evangelischen Gemeinde . . . . . „ „
„ **Schüler** Max Josef, Dr, kais. Rath und Director „ Rohitsch.

390 Herr **Schwarz** Heinrich, Dr., Professor der technischen Hochschule . . . . . in Graz.
„ **Schwarz** Moriz, Dr., Advocat . . . . . „ „
„ **Seeliger** Julius, em. Redacteur . . . . . „ „
„ **Seidl** Friedrich, Finanz-Commissär . . . . „ „
„ **Seidl** Conrad, Landtags-Abgeordneter . . . „ Marburg
„ **Seidl** Moriz, Erziehungs-Instituts-Vorsteher . „ Graz.
„ **Senior** Karl, Dr., praktischer Arzt . . . „ „
„ **Sessler** Victor Felix, Freiherr von **Herzinger,** Gutsbesitzer und Gewerke . . . . . „ „
„ **Setznagel** Alexander, Prälat . . . . . „ St. Lambrecht.
„ **Sigmund** Ludwig, Dr., Advocat . . . . „ Graz.
400 „ **Slanina** August Josef, landsch. Buchhaltungs-Official . . . . . „ „
„ **Spinner** Anton, Lehrer an der k. k. Lehrer-Bildungs-Anstalt . . . . . „ „
„ **Spitzy** Josef Nicolaus, Kaufmann . . . . „ St. Leonhard.
„ **Sprung** Ludwig, Dr., k k. Landesgerichts-Secretär . . . . . „ Graz.
„ **Stadl** Ottokar, Freiherr von, k. k. Rittmeister „ „
„ **Staehling** Franz, k. k. Statthalterei-Rath . „ „
„ **Stammer** Karl, Privat . . . . . „ „
„ **Standfest** Franz, Dr. und Professor am Gymnasium . . . . . „ Marburg
„ **Staudenheim** Ferdinand, Ritter von, Privat „ Graz.
„ **Staudinger** Ferdinand, Fabrikant . . . „ Marburg.
410 „ **Steiner** August, Dr., Secundararzt . . . „ Graz.
„ **Steiner** Vincenz, Dr., Primararzt . . . . „ „
„ **Stelzel** Karl, Dr., Assistent am k. k. Polytechnicum . . . . . „ Wien.
„ **Stiegler** Josef, k. k. Ober-Kriegs-Commissär „ Graz.
„ **Stockmeier** Friedrich, Doctor der Medicin . „ Graz
„ **Streinz** Josef A., Dr., praktischer Arzt . . „ „
„ **Streinz** Wenzel, Dr., k. k. Gubernialrath . . „ „
„ **Strehmayer** Karl, von, Dr., k. k. Minister für Cultus und Unterricht, Excellenz . . „ Wien.
„ **Suppanetz** Guido, Hofmeister . . . . . „ Graz.
„ **Syz** Jakob, Präsident der Actien-Gesellschaft „Leykam-Josefsthal", Reichsrathsabgeord. „ „
420 „ **Szukits** F. M., Doctor der Medicin und Chirurgie „ Gr.-Kanisza.
„ **Tanzer** Valentin, Dr. der Medicin und Chirurgie . . . . . „ Graz.
„ **Theiss** Willibald, k. k. Oberst . . . . . „ „
„ **Tessenberg** Michael, Edler von, k. k. Truchsess „ „
„ **Toepler** August, Dr., k. k. Universitäts-Professor . . . . . „ „
„ **Trinker** Samillo, Glasfabriksleiter . . . „ Syra.

Herr **Tschamer** Anton, Dr., praktischer Arzt . . in Treibach.
„ **Tschappek** Hippolit, k. k. Hauptmann-Auditor „ Wien.
„ **Tschusi** Victor, Ritter von, Privat . . . „ Salzburg.
„ **Ullrich** Karl, Dr., Advocaturs-Concipient . „ Graz.
„ **Untschj** Gustav, Doctorand . . . . . „ „
„ **Vaczulik** Alexander, Doctor der Medicin und Chirurgie . . . . . „ W.-Landsberg.
„ **Vaczulik** Sigmund, Apotheker . . . . . „ „
„ **Vaczulik** Josef, k. k. Post-Official . . . . „ Graz.
„ **Vaczulik** Conrad, Revisor der Südbahn . . „ Wien.
„ **Vest** Julius, Edler von, Dr., k. k. Landes-Medizinal-Rath . . . . . „ Graz.
„ **Volenski** Fridolin, Doctor der Medicin . . „ Pest.
„ **Waldhäusl** Ignaz, von, Dr. medic. chirurg. . „ Graz.
„ **Walser** Franz, Dr. der Medicin . . . . „ „
„ **Walterskirchen** Robert, Freiherr von, Gutsbesitzer . . . . . „ „
„ **Waltschisko** Johann, Vorstand des Punzirungsamtes . . . . . „ „
„ **Walzl** Josef, k. k. Ober-Kriegs-Commissär . „ „
„ **Wanner** Karl, Dr., k. k Regimentsarzt . . „ Triest.
„ **Wappler** Moriz, Architect, Professor am k. k. Polytechnicum . . . . . „ Wien.
„ **Wasserburger** Ferdinand, Pr., Curat . . „ Frein.
„ **Wastian** Heinrich, Badeanstaltbesitzer . . „ Graz.
„ **Wastler** Josef, Professor der technischen Hochschule . . . . . „ „
„ **Weinschadl** Franz, k. k. Oberst-Lieutenant . „ „
„ **Weiss** Adolf, Dr., k. k. Universitäts-Professor „ Lemberg.
„ **Werle** Anton, Dr., k. k. Kreis-Medizinalrath „ Graz.
„ **Westfahl** Karl, Doctor der Medicin . . . „ „
„ **Weymeyer** Thassilo, Pr. k. k. Gymnasial-Professor . . . . . „ „
„ **Wilhelm** Gustav, Dr., Professor der technischen Hochschule . . . . . „ „
„ **Wilmans** Friedrich, von, Erzieher . . . „ „
„ **Winter** Josef, Professor an der Akademie für Handel und Industrie . . . . . „ „
„ **Withalm** Max, Fabrikant . . . . . „ „
„ **Wittmann** Alois, Apotheker . . . . . „ Bruck a. M.
„ **Woditschka** Anton, k. k. Förster . . . . „ Lankowitz.
„ **Wohlfahrt** Karl, Buchhändler . . . . . „ Graz.
„ **Wottawa** Johann, k. k. Rechnungsrath . . „ „
„ **Wottawa** T. J., Apotheker . . . . . „ Marburg.
„ **Wotypka** Alexander, Dr., k. k. Ober-Stabsarzt „ „
„ **Wratschko** Franz, Professor am k. k. Gymnasium . . . . . „ Klagenfurt.

Herr **Wretschke** Mathias, Dr., Landes-Schulinspector in Graz.
„ **Wrzal** Sylvester, Künstler . . . . . „ „
„ **Wunder** Anton, Dr. Hausbesitzer . . . . „ „
„ **Wunder** Nikolaus, Apotheker . . . . . „ „
„ **Wurmbrand** Gundaker, Graf, k. k. Hauptmann und Kämmerer . . . . . „ „
„ **Wurmbrand** Ferdinand, Graf . . . . . „ „
Frau **Wurmbrand** Alexandrine, Gräfin . . . . „ „
470 Herr **Wurmser** Anton, Edler von, Dr. Advocat . „ „
„ **Wüllersdorf-Ubair** Bernhard, Freiherr von, Excellenz, k. k. Vice-Admiral . . . . „ „
„ **Zaruba** Franz, Doctor der Medicin . . . „ „
„ **Zechmeister** Gustav, Chef der Leichenanstalt „ „
„ **Zechner** Johann, Dr. der Medicin . . . „ „
„ **Zepharovich** Karl, Ritter von, Gutsbesitzer „ „
„ **Zimmermann** August, Buchhändler . . . „ „
„ **Zimmermann** Heinrich, Ritter von, Dr., k. k. General-Stabsarzt . . . . . „ Wien.
„ **Zimmermann** Ludw. Richard, Herausgeber der „Freiheit“ . . . . . „ Passau.
„ **Zini** Anton, Dr., praktischer Arzt, Sanitäts-raths-Mitglied . . . . . „ Graz.
480 „ **Zwicke** Franz, Wund- und Geburtsarzt . . „ „
„ **Zwiedineck** A., Edler von, k. k. Major . . „ „

Berichtigungen dieses Verzeichnisses wollen gefälligst dem Vereins-Secretär bekannt gegeben werden.

Ueber die

Bedeutung des mikroskopischen Baues des menschlichen Körpers.

Vortrag,

gehalten in der Jahres-Versammlung des naturwissenschaftlichen Vereines für Steiermark
am 25. Mai 1872
von dem
Vereins-Präsidenten Prof. Dr. A. Rollett.

Geehrte Anwesende!

Wie gehaltvolle Gedanken meine verehrten und ausgezeichneten Vorgänger auf diesem Platze in ihren Schlussreden auch niedergelegt haben, sie gingen in diesen auch immer auf eine detaillirte Hervorhebung der Ereignisse ein, welche während ihrer Funktionsdauer im Vereine vorkamen. In der That legen unsere Statuten dem Präsidenten die Pflicht auf, die Berichte über die Vereinsthätigkeit zu erstatten.

Eine eingehende Besprechung der Jahresgeschichte mit der Ornamentik von Rück — und Ausblicken versehen, hatte auch gewiss ihren grossen Werth nach Aussen, so lange unser Verein noch jung und weniger consolidirt und bewährt war, als heute.

Nun aber dürfte jener Verpflichtung des Präsidenten auch in bündigerer Form entsprochen werden können. Wir schliessen unser zehntes Vereinsjahr ab. Unsere Monats-Vorträge sind von Zuhörern aus allen Kreisen der Bevölkerung regelmässig besucht und für zahlreiche Freunde der Naturwissenschaften eine gerne gesuchte Gelegenheit der Belehrung geworden.

Die Fachmänner, welche dem Vereine angehören, ertheilen sich an besonderen Referir-Abenden wechselseitig Anregung und Belehrung, indem sie abwechselnd über wissenschaftliche Arbeiten berichten, die in den Kreis ihrer speciellen Studien einschlagen. Unser Schriftentausch ist ein ausgedehnter, und werthvoll und zahlreich sind die Erwerbungen, die jährlich von dem Vereine an die Bibliothek unserer technischen Hochschule abgeliefert werden.

Unser Verein lebt seinen Zwecken und wirkt fruchtbringend. Er hat das auch im abgelaufenen Jahre, als ich die Ehre hatte demselben vorzustehen, gethan. Das wird sich in unserem demnächst erscheinenden Jahreshefte auch zur Zufriedenheit aller Mitglieder aussprechen. Es wird dasselbe jedem genügendes Zeugniss geben von allen Einzelnheiten, welche sich seit unserer letzten Jahresversammlung ergeben haben.

Die Direktion des Vereines hat es aber nunmehr für passend erachtet, fürderhin das Schlusswort des Präsidenten nur auf den allernothwendigsten Theil der Bericht-Erstattung zu beschränken, es aber dafür, ohne der persönlichen Wahl irgend welche Schranken zu setzen, auch für ein besonderes wissenschaftliches Thema in Anspruch zu nehmen. Hoffen wir, dass uns diese Einrichtung den beabsichtigten Nutzen bringt.

Die aufeinander folgenden Präsidenten sind meist jeder in einem anderen Zweige der Naturwissenschaften besonders unterrichtet und so wird sich denn jedem für sein Abschiedswort eine andere Quelle erschliessen, Sie aber werden sich jährlich eines besonderen Vortrages von allgemeinerer Bedeutung mehr erfreuen.

Erlauben Sie mir nun, dass ich in diesem Sinne über den mikroscopischen Bau unseres eigenen Leibes spreche. Es ist dieses Thema nicht leicht zu behandeln. Ich bitte Sie aber auch, sofort in Erwägung zu ziehen, dass ich durchaus nicht beabsichtige, Sie erschöpfend in alle Details der mikroscopischen Gliederung des Körpers hier einzuführen. Ich müsste Sie dabei zu oft mit allzu trockenen Auseinandersetzungen hinhalten.

Ich habe mir vielmehr nur vorgenommen, Ihnen den eigentlichen Sinn, die allgemeine und tiefgehende naturwissenschaftliche Bedeutung des mikroscopischen Baues unseres Körpers klar zu machen.

Um die Aufgabe anzufassen, und die ersten Voraussetzungen für die weitere Darlegung zu gewinnen, werde ich Sie zuerst auf

einige alltäglich in Ihre Augen fallende Vorkommnisse am Menschen aufmerksam machen. Weiterhin wird es mir aber für die erste Orientirung über den zu besprechenden Stoff sehr zu Gute kommen, dass unsere Hausthiere in Bezug auf die anatomische Gliederung ihres Körpers dem Menschen meist so nahe stehen, dass sich der feinere Bau seines Körpers an dem jener gut veranschaulichen lässt.

Bevor man auf irgend welche mikroscopische Zergliederung sich einlässt, kann man schon durch das Ansehen mit blossem Auge eine ganze Reihe von Gebilden des Körpers unterscheiden, für welche sich später herausstellt, dass der eigentliche Grund ihrer Verschiedenheit gerade in ihrem mikroscopischen Gefüge, in der Stellung und dem Werth ihrer mittelst des Mikroscopes zu entdeckenden Zusammensetzungs-Stücke liegt. Die Verschiedenheit des Ansehens der einzelnen Nahrungsmittel, welche wir dem Thierreiche entnehmen, ist allmänniglich bekannt. Die rothe faserige Masse des Muskelfleisches oder des Herzfleisches sieht sich ganz anders an als die bräunliche Leber, und diese wieder anders als die weiche, weisse Masse des Hirns, und diese wieder anders als der derbe, fettige Speck.

Wie völlig anders sieht aber im Vergleich mit allen früher angeführten Gebilden die feste Substanz der Knochen aus. Ihre besondere Consistenz und ihre festen Eigenthümlichkeiten bedingen die mannigfache Verwendung und Verarbeitung, welche das Bein in der Industrie und Kunst zu allen Zeiten fand.

Schon in der Urzeit wurden aus Knochen Instrumente geformt.

Und die ungemeine Widerstandsfähigkeit der knöchernen Bestandtheile des Thierleibes hat gerade die Knochen zu den wichtigsten Führern in das für unsere ganze Weltauffassung so sehr bestimmende Reich untergegangener, vorweltlicher Thiergenerationen gemacht.

Nehmen Sie ferner die Zähne in Betracht, die den Knochen so ähnlich, aber bei genauerer Untersuchung doch wieder davon verschieden sind.

Auch an den Schmuck unseres Scheitels, an die Haare; an die unsere Fingerspitzen bewehrenden Nägel seien Sie erinnert; und um zuletzt noch eines für die Industrie äusserst wichtigen, aber wieder von allen früher genannten Gebilden und Substanzen

verschiedenen thierischen Gebildes zu gedenken, sei auch die dicke Lage der Haut erwähnt, die, mittelst Gerbsäure conservirt, das so unentbehrliche Leder darstellt.

Keiner der angeführten Bestandtheile des Leibes ist mit dem anderen zu verwechseln, jeder besitzt seine besonderen Eigenschaften und dasselbe ist der Fall mit einer ganzen Reihe von Gebilden, welche unter den angeführten Beispielen nicht vorkommen.

Alle diese verschiedenen Bestandtheile des Leibes haben aber, so lange sie eben im und am lebendigen Leibe existiren, jeder eine andere Bedeutung fürs Leben, jeder spielt gerade vermöge seiner mikroscopischen Zusammensetzung eine andere Rolle in dem ganzen Getriebe der lebendigen Thätigkeiten des Organismus.

Betrachtet und vergleicht man alle die verschiedenen Bestandtheile des Körpers: Fleisch, Leber, Hirn, Speck, Knochen, Haare, Nägel, Haut und die übrigen, deren Hauptmasse immer je ein besonderes thierisches Gewebe bildet, wie man heute sich auszudrücken pflegt; bemerkt man ferner ihre der oberflächlichsten Beobachtung und der alltäglichsten Erfahrung sich kundgebenden Verschiedenheiten, und nimmt man dabei wahr, wie jedes kleinste Stückchen Knochen wieder nur dem Knochen, jedes kleinste Stückchen Fleisch wieder nur dem Fleische gleichsieht, dann sieht man sofort ein, wie man schon vor sehr langer Zeit bei den wissenschaftlichen Studien über den Bau des Körpers aufmerksam werden musste auf diese verschiedenen Bestandtheile, die wir eben heute als Gewebe, vorzugsweise im Hinblick auf unsere mikroscopischen Beobachtungen, bezeichnen. In mannigfacher und regelmässiger Vertheilung setzen sie den Körper zusammen und man fühlte sich gedrungen, sie von einander zu unterscheiden und möglichst genau zu charakterisiren.

So finden wir denn schon im 16. Jahrhundert Gabriel Fallopia aus Modena bemüht, den Begriff von ähnlichen (partes similares) und unähnlichen Bestandtheilen (partes dissimilares) des Körpers näher zu definiren und so schuf er die ersten Anfänge einer Gewebelehre.

Marcello Malpighi, der zwischen 1628 und 1694 lebte, war aber der erste, welcher die kurz zuvor entdeckten Vergrösserungs-Gläser zur Untersuchung des feineren Baues der verschiedenen Bestandtheile des menschlichen Körpers und ebenso jener der Thiere und auch der Pflanzen verwendete.

Er legte den Grund für die mikroscopische Anatomie und bald wurden von den Engländern Hooke und Grew und von den Holländern Leuenhoek und Swammerdam bis zum Ende des 17. und den Anfang des 18. Jahrhunderts die schönsten Entdeckungen und eine grosse Menge von neuen Thatsachen mit Hilfe des Mikroscopes eingeheimst.

Sowie Malpighi und Grew die Zusammensetzung der Pflanzen aus kleinen untereinander ähnlichen, bläschenartigen und grösseren in die Länge gestreckten röhrigen Gebilden, also die Zusammensetzung aus den von uns heute als Zellen und Gefässe der Pflanzen bezeichneten mikroscopischen Elementartheilen entdeckten; so fanden sie und ihre Nachfolger und zwar mit zunehmender Verbesserung des einfachen und später des zusammengesetzten Mikroscopes im beschleunigten Masse auch bei der Untersuchung der thierischen und menschlichen Leibesbestandtheile eine Reihe von vielgestaltigen mikroscopischen Elementartheilen: Kügelchen, Körnchen, Fasern, Röhrchen, Blättchen. Alle diese Gebilde zeigten aber je nach den verschiedenen Bestandtheilen des Körpers, aus welchen sie herrührten, ganz besondere Eigenthümlichkeiten, eine ganz verschiedene, aber immer nur geringe Grösse und mannigfaltige Zusammenfügung.

In allen den schon äusserlich sich gleichenden Bestandtheilen des Körpers, z. B. im Knochen, wo er immer hergenommen sein mochte, im Fleische, welches seine Herkunft immer sein mochte; eben so in den Haaren, den Nägeln, den Zähnen u. s. w., kehrten aber in jedem einzelnen der genannten Objekte dieselben Charaktere der mikroscopischen Bausteine und eine ganz ähnliche Aneinanderlagerung wieder. Es konnte dem forschenden Geiste der Zergliederer nicht mehr länger entgehen, dass gerade auf dem besonderen mikroscopischen Gefüge der Unterschied der einzelnen Massen, welche den Körper und seine Organe zusammensetzen, wesentlich beruhe.

So bildete sich für jene vielfach verschiedenen in ihrer ganzen Erstreckung gleichartigen Massen, welche in den Bau des Körpers eingehen, der Begriff des Gewebes (tela) immer fester aus. Man unterschied Knochen-, Knorpel-, Muskel-, Nerven-, Fettgewebe und noch zahlreiche andere besondere Gewebe.

Um die Kenntniss dieser einzelnen Gewebe erwarb sich aber vorzugsweise ein geistvoller Franzose, der in der Blüthe seines Mannesalters, im 32. Lebensjahre, 1802 schon verstorbene Bichat,

grossen und unvergänglichen Ruhm. Nachdem kurz vor Bichat ein berühmter Arzt an der Salpetrière zu Paris, Pinel, auf die grosse Aehnlichkeit der Erscheinungen bei der Erkrankung bestimmter Gewebe in den verschiedensten Theilen des Körpers hingewiesen hatte, suchte Bichat alle einzelnen zu unterscheidenden Gewebe scharf von einander abzugrenzen und zu trennen, und durch möglichst genaue Feststellung ihrer anatomischen, physikalischen, chemischen und physiologischen Eigenschaften, sie so gut als möglich zu charakterisiren.

Mächtig war der Einfluss, den Bichat durch seine ausgezeichneten und geistreichen Arbeiten ausübte. Eine reiche Literatur über die Gewebe des menschlichen Körpers verdankt ihr Entstehen den fruchtbaren Impulsen, welche dieser grosse Naturforscher ertheilte.

Aber erst ein gewaltiger Fortschritt in der Erkenntniss des mikroscopischen Baues der Gewebe, welcher sich nicht ganz vier Decennien nach Bichat vollzog, lenkte uns in die sicheren Bahnen dauernden Fortschrittes.

Was in den Naturwissenschaften überhaupt jederzeit als der richtigste Werthmesser einer grossen Errungenschaft angesehen werden muss: die Unterordnung einer grossen Reihe von verschiedenen und mannigfaltigen Erscheinungen unter allgemeine Principien, das wurde jetzt für die Gewebe des menschlichen Körpers und ihre mikroscopischen Bausteine erreicht.

Schwann legte im Jahre 1839 in einer epochemachenden Schrift diese grosse Bereicherung der Wissenschaft nieder.

So wie die pflanzlichen Organismen nur aus dem schon von Malpighi und Grew gesehenen Gefässen bestehen, und so wie die letzteren nur, wie bis dahin Hugo v. Mohl schon nachgewiesen hatte, aus der Verwachsung von früher vorhandenen Zellen entstehen, so auch sind alle mikroscopischen Elementartheile der thierischen Gewebe, wie mannigfach und verschieden gestaltet dieselben sein mögen, ebenfalls nur Zellen, oder aus der Umbildung von früher vorhandenen einfachen Zellen hervorgegangene secundäre Gebilde. Alle entstehen sie aber aus einer einzigen Zelle, der einen Keimzelle, aus welcher der Organismus sich entwickelt.

Mit diesen Lehren war man aber, da Schwann für seine Deutung der mikroscopischen Befunde am Thierleibe eben die schönen Erfahrungen mit benützte, welche damals Hugo v. Mohl,

R. Brown und Schleiden über das Wesen und die Bedeutung der Pflanzenzelle schon gemacht hatten, herangetreten an ein alle Organismen umfassendes Princip des mikroskopischen Baues. Eine wesentliche Uebereinstimmung in der Struktur und dem Wachsthum der Thiere und Pflanzen, ein gemeinschaftliches Entwicklungsprincip ihrer mikroscopischen Elementartheile, die Zellenbildung, war damit offenbar geworden.

Ein beredtes erstes Zeugniss für die durchgehende innere Verwandtschaft aller organisirten Wesen war damit gewonnen.

Abgegrenzte mikroscopische Individuen, die Zellen und die daraus hervorgegangenen secundären Elementartheile, welche man selbst als kleine Organismen, als gesonderte Lebensherde ansehen kann, setzen alle Organismen zusammen.

Das eigentliche Wesen der zusammengesetzten Organisation überhaupt war durch diese Entdeckung an's Licht gebracht, denn an den Zellen und den aus ihnen hervorgegangenen Elementartheilen sah man wesentliche Lebenserscheinungen sich vollziehen, welche man auch von den Organismen im Grossen ausgehen sieht, und rasch erschlossen sich die Einblicke, die wir heute in das Leben der Zellen besitzen.

Die Zelle entwickelt sich aus den Keimen anderer Zellen, sie wächst auf Kosten von Nahrung, die sie von Aussen aufnimmt und in ihre eigene Substanz überführt. Sie assimilirt die Nahrungsstoffe und häuft sie in sich auf, oder sie zersetzt dieselben und gewinnt auf Kosten dieser chemischen Umsetzungen: Wärme, bewegende Kraft oder andere Kraftformen. Alle Leistungen der Zellen und ihrer Derivate verdanken diesen Umsatz von Stoffen in denselben ihr Entstehen, und aus den Leistungen der Elementartheile allein setzen sich die Leistungen der Gewebe und aus diesen die lebendigen Leistungen der Organe und des gesammten Organismus zusammen.

Als eine mächtige Schaar associirter Arbeiter müssen die mikroscopischen Elementartheile der Organismen betrachtet werden.

Alle Wechselwirkung der Organismen mit der Aussenwelt und an diese Wechselwirkung ist der Bestand des Lebens geknüpft, führt auf jene kleinen Arbeiter zurück. Unregelmässigkeit in ihrer Haltung, Abweichungen von ihrer gewohnten und nützlichen Thätigkeit für den Gesammtorganismus lassen diesen in Krankheit und Siechthum verfallen.

Das Wesen aller Erkrankung beruht auf einer abnormen, oder man möchte sagen, revolutionären Thätigkeit der Zellen und ihrer Abkömmlinge, während alles im ruhigen Flusse normalen Gedeihens bleibt, so lange alle die mikroscopischen Glieder jene Aufgaben und Pflichten erfüllen, die ihnen angewiesen sind, in den streng organisirten Gesellschaften, die sie bilden.

Die fortschreitende Erkenntniss der eben berührten Thatsachen in ihrer allgemeinen Bedeutung für die zusammengesetzten Organismen, das war der ungeheure Gewinn, welchen das von Schwann in seinem unsterblichen Werke niedergelegte Kapital für die folgende Zeit abwarf.

Aber noch einmal sollte nun ein neuer grosser Fortschritt von der allgemeinsten, umfassendsten und weit tragendsten Bedeutung gemacht werden. Man hatte sich unmittelbar nach Schwann in einen starren Doctrinarismus in Bezug auf den Bau der elementaren Zelle hineingelebt.

Diese sollte, wie es Schwann bei der ersten Grundlegung seiner allgemeinen Zellenlehre aussprach, ein kleines Bläschen mit flüssigem Inhalt, homogener Grenzhaut und einem eigenthümlichen Kerne sein.

Dieses Schema ist heute verlassen, es hat sich in der Erfahrung nicht bewährt, und hätte man länger noch gewaltsam jenes Dogma festhalten wollen, es wäre geradezu ein Hemmschuh für das Verständniss der organisirten Natur gewesen.

Mit seinem Falle, der durch die Uebermacht gewissenhafter Beobachtung und neuer Funde herbeigeführt wurde, eröffnete sich uns ein weit durchdringenderer Einblick in alles lebendige Sein, als es bis dahin der Fall war.

Schon einige Jahre vor Schwann hatte Dujardin bei niederen Organismen auf eine Substanz aufmerksam gemacht, welche ein homogenes Aussehen unter dem Mikroscop besitzt, aber selbstständige eigenthümliche Bewegungen auszuführen im Stande ist. Dujardin nannte jene Substanz Sarkode (fleischähnliche Substanz).

Erst in den verflossenen Sechziger-Jahren gelangte aber diese Substanz zu ihrer vollen Bedeutung, als Max Schultze, der schon einzelne Vorarbeiten von Cohn und unserem ruhmreichen einstigen Mitgliede und Präsidenten Unger vorfand, jene Substanz mit dem Protoplasma der Pflanzenzellen verglich. Es ist das diejenige Substanz der Pflanzenzelle, die den eigentlich lebendigen

Leib derselben ausmacht, wie durch die umfangreichen Studien der Phytotomen bis dahin constatirt war. Max Schultze überzeugte sich aber nicht nur von der Uebereinstimmung der Sarkode und des Pflanzenprotoplasmas. Er legte vielmehr auch dar, dass überhaupt für alle Zellen aller Organismen das Protoplasma die eigentlich lebendige Zellsubstanz ist und Sie werden gleich ersehen, wie ungemein wichtig der Nachweis dieser inneren Uebereinstimmung für die Deutung aller Lebenserscheinungen auf der Erde ebenso, wie für die Erfassung des feineren Baues aller Organismen, den Menschen mit eingerechnet, ist. Bei den niedersten Organismen, und das sind, wie wir durch Haekels schöne Beobachtungen wissen, die Moneren, besteht der ganze Leib aus einem Klümpchen Protoplasmas, einer einfachsten Zelle.

Dieses Klümpchen bewegt sich lebendig. Es kann seine bewegenden Kräfte nur gewinnen aus der Umsetzung von chemischen Verbindungen, da niemals bewegende Kraft aus dem Nichts erzeugt werden kann. Es muss also in diesem Protoplasma ein Stoffwechsel, ein Ersatz des verbrauchten durch Aufnahme von Nahrung und Assimilation derselben stattfinden, wenn das Protoplasma lebendig erhalten werden soll. Wir sehen ferner solche einfache Lebewesen durch Theilung sich fortpflanzen und vermehren, kurz die wichtigsten Erscheinungen des Lebens: Bewegung, Ernährung, Assimilation, Stoffwechsel und Fortpflanzung gehen schon vor sich bei diesem protoplasmatischen, einfachsten Lebewesen, die wir kennen und die im natürlichen Systeme der Organismen auf der niedersten Stufe als naturhistorische Arten sich befinden. Alle Keime aller Organismen und alle jungen Zellen bestehen aber wieder ihrem Wesen nach aus Protoplasma und das ist auch der Fall für die eine Zelle, aus welcher sich jedes menschliche Individuum entwickelt.

Das frei lebende Protoplasma der Moneren der Jetztzeit ist den Bedingungen, unter welchen diese zu leben haben, um im Sinne Darwin's zu sprechen, angepasst und beharrt so in der relativen Constanz, die wir jeder Species des natürlichen Systemes zuschreiben müssen. Das Protoplasma der Eizelle dagegen macht unter dem Einflusse der äusseren Bedingungen, unter welche es gelangt, eine Reihe von Anpassungsprocessen durch. Es zerfällt zunächst in eine ganze Anzahl von einander abgegrenzter Enkelzellen durch fortwährende Theilungs- und Wachsthumsprocesse, und nach

ganz bestimmten Gesetzen des Wachsthumes, deren theoretische Begründung eine der wesentlichsten Aufgaben der Zukunft sein wird, ordnen sich diese neuen Zellen zu besonderen Formen zusammen, welche die Anlage aller von den Eltern auf die Nachkommen vererbten Eigenthümlichkeiten in sich schliessen.

Aus diesen Anlagen gehen dann die sämmtlichen in den betreffenden Organen enthaltenen besonderen Gewebe unter den gegebenen Bedingungen durch Transmutation des ursprünglich gleichartigen Protoplasmas hervor.

Also ganz ähnliche Vorgänge beobachten wir bei der von vorneherein in bestimmte Bahnen gelenkten Fortbildung des Protoplasmas zu den specifischen Geweben des Körpers, wie jene Vorgänge, welche wir nach der Descendenzlehre für die Fortbildung des variablen Protoplasmas der niedersten Organismen zu den nächst höher stehenden voraus setzen müssen, wenn wir die Grundsätze, welche Darwin für die Fortbildung der Arten aufstellte, festhalten.

Aus dieser Betrachtung ergibt sich aber ein Verständniss für die umfassende und durchgreifende Bedeutung, welche dem Protoplasma in der Natur nach unseren Erfahrungen zukommt. Ueberall tritt dasselbe als der eigentliche Träger der Lebenserscheinungen auf.

Es ist der Träger der Bewegungs-, Ernährungs- und Fortpflanzungsprocesse und sein Vermögen, sich bestimmt gegebenen Bedingungen durch Erwerbung neuer nützlicher Eigenschaften anzupassen, macht es zum Bildner aller der verschiedenen Gewebe, welche, ausgerüstet mit bestimmten physiologischen Dignitäten, alle die verschiedenartigen Leistungen der complicirt gebauten Organismen ergeben.

Es sind die Gewebe verschiedene in der Natur vorhandene Producte der formativen Thätigkeit des Protoplasma und sie müssen als die Endglieder gesonderter Entwicklungsreihen angesehen werden.

Die protoplasmatischen Bildungszellen des Organismus gehen reihenweise in die einzelnen different entwickelten Gewebe des ausgebildeten Organismus über und nur zwischen die Anfangs- und Endglieder jeder einzelnen Reihe schliessen sich im kurzen Ablaufe entsprechend der fortschreitenden Entwicklung des ganzen Organismus allmälig in einander übergehende Entwicklungsstadien ein.

In dem eigenthümlichen mikroscopischen Bau des entwickelten menschlichen Organismus, in den differenten Geweben desselben ist also, wie auch in jedem anderen zusammengesetzten Organismus, ein wahrer Mikrokosmus bestimmt organisirter Gebilde verwirklicht, die alle ihren Ausgang nehmen von einem unscheinbaren Klümpchen jenes merkwürdigen Lebensträgers, des Protoplasmas, welches nach der Descendenzlehre auch in Form der einfachsten, bekannten selbstständigen Lebewesen am Ausgangspunkte des Makrokosmus aller lebenden Wesen unseres Erdballes steht. Wenn Sie nun aus den Betrachtungen, welche ich hier ausgehend von den Geweben des menschlichen Körpers angestellt habe, eine neue Bekräftigung der Stammverwandtschaft aller organisirten Wesen hervorleuchten sehen, dann mögen Sie sich auch gegenwärtig halten, dass durch die Lehre, an welche sich mit immer unvergänglichem Ruhme Darwin's Name knüpfen wird, der Mensch über seine Stellung in der Natur zuerst in einer den causalen Forderungen der Naturwissenschaften entsprechenden Weise orientirt wurde. Sie sucht ihm den Born der Erkenntniss, der Befriedigung seines Verstandes zu erschliessen.

Möge sie ihn, die grosse Aufgabe der Naturwissenschaften erfüllend, hinausführen aus dem Kreise quälender Ungewissheit, betäubender Wunder und unheimlicher Räthsel.

Und mögen die erkannten Wahrheiten eingreifen in die fortschreitende Culturentwicklung und in allen Menschen jene Einheit des Denkens erzeugen, die sie endlich in den Stand setzen wird, hergebrachte und schädliche Vorurtheile siegreich zu überwinden.

Nicht rasch und plötzlich wird sich dieser Fortschritt vollziehen, denn alle die Gewohnheiten und Anschauungen, in welchen der Mensch lebt und in welchen er Herz und Verstand versöhnend, ein befriedigtes Erdenwallen dahinbringt, sind ein Werk der Zeiten.

Sorgen wir nur dafür, dass den Naturwissenschaften ihr gebührender Antheil an der Zukunft der Menschheit wird.

In seinem kleinen Kreise wird auch unser Verein auf dieses Ziel hinarbeiten, wenn er wacker und fleissig seine Aufgaben erfüllt.

Bericht

über die Einnahmen und Ausgaben, dann den schliesslichen Rest im Vereinsjahre 1871/2 des naturwissenschaftlichen Vereines für Steiermark.

Die **ordentlichen Einnahmen des Vereines** haben zusammen . . . . . 853 fl. 57 kr.
betragen, und gliedern sich wie folgt:

a) Mitgliederbeiträge und Diploms-Gebühren, und zwar:
für das eben abgelaufene Vereinsjahr 1871/2 . . 698 fl. — kr.
für das beginnende Vereinsjahr 1872/73 . . . . 20 „ — „
für die früheren Jahre nachträglich . . . . . 116 „ — „
b) Ersatz für gehabte Auslagen durch verkaufte Hefte etc. 19 „ 57 „
zusammen obige 853 fl. 57 kr.

Die **ausserordentlichen Einnahmen** betragen . . . . . 642 „ 64 „
und bestehen in der von dem hohen Landesausschusse für das Jahr 1871 und 1872 flüssig gemachten Jahres-Subvention von à 300 fl. 600 fl. — kr.
dann in den bis jetzt behobenen Interessen aus der Sparkasse pr. 42 „ 64 „

Wird hiezu noch der vorjährige Cassarest pr. 58 „ 71 „
und der in der Sparkasse mit Schluss des vorigen Vereinsjahres erliegende Betrag von . . 900 „ — „
gerechnet, so gibt dies die Summe von . . . 2454 fl. 92 kr.
welcher die Gesammtausgaben pr. . . . . 1343 „ 53 „
entgegenzuhalten sind, wonach ein Baarfond von 1111 fl. 39 kr.
erübrigt, wovon 61 fl. 39 kr. in der Cassa, 1050 fl. aber in der städtischen Sparkasse sich befinden.

Von den Ausgaben sind die Herstellungskosten für das Vereinsheft weitaus die bedeutendsten, dürften sich jedoch schon in Hinblick auf den Vortheil, der dem Vereine durch den Schriftenumtausch erwächst, abgesehen von dem wissenschaftlichen Werthe der Mittheilungen, wohl genügend rechtfertigen lassen.

Ich erlaube mir nun, die oben angeführten Gesammt-Ausgaben etwas näher zu bezeichnen.

Die **ausserordentlichen** sind sehr klein gewesen, und bestehen nur in Anschaffung von Inventurs-Gegenständen und in dem Honorare für den Vortrag des Herrn Mechanikers Schmidt, betragen im Ganzen daher nur . . . . . 29 fl. — kr.

Die **ordentlichen Ausgaben** aber sind:

a) Druckkosten und zwar für das vorjährige Vereinsheft	898 fl.	— kr.
für das heurige, bestehend vorläufig in einer Lithographie	110 „	— „
zusammen	1008 fl.	— kr.
b) Kanzlei-Auslagen nebst Porto u. Sendungsspesen .	72 „	68 „
c) Verschiedene Dienstleistungen, als Ausstopfen von Vögeln, Einkassirung und andere Bedienung . . .	88 „	— „
d) Zins für das Vereinslocale sammt Beheizung . . .	145 „	85 „
Zusammen an ordentlichen Ausgaben	1314 „	53 „
Gibt obige Summe der Gesammt-Ausgaben pr.	1343 fl.	53 kr

Zur obigen Darstellung wäre nur noch die Bemerkung beizufügen, dass zwar die Kosten für das heurige Vereinsheft einen grossen Theil der erübrigten Mittel absorbiren werden, dass indess wegen des inzwischen stattfindenden Einfliessens von Jahresbeiträgen keine Stockung in den Vereins-Angelegenheiten zu besorgen sein wird.

Graz, am 25. Mai 1872.

Georg Dorfmeister m. p.,
Rechnungsführer.

Verzeichniss

der dem naturwissenschaftlichen Vereine für Steiermark im Vereinsjahre 1870 bis 1872 zugekommenen Geschenke.

A. Pflanzen.

Von Herrn Ferdinand **Graf** in Graz: Einige frische Pflanzen für den botanischen Garten.

B. Thiere.

Von Herrn Ferdinand **Graf** in Graz: Einige Seesterne, Ascidien und Schwämme.

Von Herrn Grafen F. **Attems** in Rann: Ein Königsadler.

Von Herrn Oberingenieur **Liebich** in Lietzen: 3 Falken, 1 Ente, 2 Taucher.

Von Herrn k. k. Statthalterei-Ingenieur **Dorfmeister:** Mergus merganser.

C. Druckschriften:

Von Herrn Professor Dr. **Lippich** in Graz: Ueber die Breite der Spektrallinien (aus Pogg. Annalen 139). 8°.

Von Herrn Dr. Oscar **Speyer:** Systematisches Verzeichniss der in der nächsten Umgebung von Fulda vorkommenden Süsswasser-Conchylien. Fulda 1870. 8°.

Von Herrn Dr. August **Neilreich:** Aufzählung der in Ungarn und Slavonien beobachteten Gefässpflanzen. Wien 1870. 8°

Von Herrn Dr. J. **Hann:** Die Wärmeabnahme mit der Höhe. (Aus den Sitz.-Ber. der k. k. Akademie). 8°.

Von Herrn Dr. Adolf **Kenngott:** Ein Dünschliff einer Meteorstein-Probe. (Aus den Sitz. Ber. der k. k. Akademie). 8°.

Von Herrn Dr. August **Vogel:** Ueber die Entwicklung der

Agrikulturchemie. Festrede in der k. bayr. Akad. d. Wiss. München. 1869. 4°.

Von Herrn C. F. **Meissner**: Denkschrift auf C. F. v. Martius. München 1869. 4°.

Von den Herren Alex. **Jordan** und Jul. **Fourreau**: Icones ad floram Europae. Lyon. 4°.

Von Herrn Adolf **Kenngott**: Ueber den kaukasischen Obsidian. Petersburg 1870. 8°.

Von Herrn W. R. v. **Haidinger**: Der 8. November 1845. Rückblick auf die Jahre 1845 bis 1870. Wien 1870. 8°.

Von Herrn Dr. W. F. **Daniell**: Notice sur Quelques condiments chinois. Gand 1870. 8°.

Von Herrn C. A. **Zittel**: Denkschrift auf Hermann v. Meyer. München 1870. 4°.

Von Herrn Dr. M. v. **Pettenkofer**: Ueber das Canalisationsproject in Frankfurt a. M. 1871. 8°.

Von Herrn H. **Baumgartner**: Naturmosaik. Graz 1871. 16°.

Von Herrn A. **Prendhomme de Borre**: Considérations sur la classification de la famille de Cicin dé letres. 8°.

Von Herrn Baron **Wüllersdorf-Urbair**: Zur wissenschaftlichen Verwerthung des Aneroides. Wien 1871. 4°.

Von Herrn Ritter v. **Tschusi**: Nucifraga caryocatactes. Wien. 8°.

Von Herrn Ritter v. **Frauenfeld**: Die ausgestorbenen Thiere der jüngsten Erdperiode. Wien 1870. 8°.

Bericht über den Ausflug an den Plattensee. Wien 1870. 8°.

Von Herrn Josef **Chavanne**: Die Temperatur-Verhältnisse von Oesterreich, Ungarn durch Isothermen. Wien 1871. 8°.

Von Herrn R. C. A. **Prior**: On the popular Namens of British plants. London 1870. 8°.

Von Herrn Moriz **Stransky**: Grundzüge zu der Analyse der Molekular-Bewegung I. II. Brünn 1867. 8°.

Von Herrn Henri **Lambotte**: Considérations sur le corps tyroides. Bruxelles 1870. 8°.

Von Herrn Theophile **Lecomte**: Monographie de campylaca de la Dalmatie et Croatie. Bruxelles 1870. 8°.

Von Herrn Spiro **Brussina**: Monographie der Gattung Emmericia und Fossarolus. 8°. — Princesci malakologiji jadransksy. Agram 1870. 8°. — Contribuzioni della fauna dei moluschi dalmati. Vienna 1866. 8°. — Contribution a la Malacologie de la Croatie. Agram 1870. 8°.

Von Herrn **Peretti**: Topografie von Fiume. Wien 1869. 8°. — Fiume in maritimer Beziehung, von Littrow. Fiume 1870. 8°.

Von Herrn Dr. August **Neilreich**: Kritische Zusammenstellung der in Oesterreich-Ungarn beobachteten Hieraceum-Gattungen. Wien 1871. 8°.

Von Freiherrn **Heufler-Hohenbühel**: Franz von Mygind. Wien 1870. 8°. — Enumeratio cryptogam Ital.-Venet. Wien 1871. 8°. — Sarcophoera neurs calyx. Wien 1871. 8°. — Fungus laricis aureus. Wien 1871. 8°. — Entdeckung von Aecidium. — Spec. flor. cryptog. sept. insul. Wien 1871. 8°.

Von Herrn Dr. **Hann**: Untersuchungen über die Winde der nördlichen Hemisphäre. Wien 1871. 8°.

Vom **geognostisch-montanistischen Verein für Steiermark**: Geologie der Steiermark. Graz 1871. 8°.

Von Herrn Louis **Piré**: Recherches malacologiques. Bruxelles 1871. 8°.

Von Herrn **Künstler**: Ueber die unseren Kulturpflanzen schädlichen Insekten. Wien 1871. 8°.

Von Herrn **Ritter von Frauenfeld**: Die Grundlagen des Vogelschutzgesetzes. Wien 1871. 8°. — Wirbelthierfauna in Niederösterreich. Wien 1871. 8°. — Pflege der Jungen bei Thieren. Wien 1871. 8°.

Von Herrn Director Dr. Guido **Schenzl** in Ofen: Magnetische Ortsbestimmungen. Wien 1871. 4°. — Meteorologische Monatstabellen für Ofen von Mai 1870 bis April 1872.

Von der **Akademie der Wissenschaften** in Agram: Kalniczka Gora von Dr. Josef Krasoslav. Agram 1870. — O uplion obradjivanja zemlje von Dr. Josef Krososlav. Agram 1870.

Von der **königlichen Akademie** in Amsterdam: Jaarbock, 1867 und 1870. 8°. — Verslagen en Mededeelingen 1868 und 1871. 8°. — Processen Verbal van de guoone Vergaderingen 1871. 8°.

Von dem **Annaberg-Buchholzer Verein für Naturkunde** in Annaberg: Zweiter Jahresbericht. 1870. 8°.

Vom **Naturhistorischen Verein** in Augsburg: Einundzwanzigster Bericht. 1870. 8°.

Von der **naturforschenden Gesellschaft** in Bamberg: 9. Bericht. 1869—1870. 8°.

Von der **Society of Natural History** in Boston. Procedings

Vol XII u. XIII. 8°. — Memoires Vol. II. Part 1. 4°. — Adress at Humboldt by Agossiz. 8°. — Occasional Papers 8°.

Von der **naturforschenden Gesellschaft** in Basel: Verhandlungen. 5. Theil 3. Heft 1871. 8°.

Von der **naturforschenden Gesellschaft** in Bern: Mittheilungen Nr. 711—744. 1871. 8°.

Von dem **naturhistorischen Vereine** der preussischen Rheinlande und Westphalens in Bonn: Verhandlungen. 26. Jahrgang. Dritte Folge. 6. Jahrgang 1869. 8° und dritte Folge. 7. Jahrgang 1870. 8°.

Vom **naturwissenschaftlichen Vereine** in Bremen: Abhandlungen. 2. Band. 2. und 3. Heft. 1870, 1871. 8°. Beilage Nr. 1 zu den Abhandlungen. 1871. 4°.

Von der **Gesellschaft für vaterländische Cultur**: Abhandlungen: Philosoph.-hist. Abtheilung 1870. 8°. Naturhistorische Abtheilung 1869/70. 8°. — 47. Jahresbericht für 1869. 8°. — 48. Jahresbericht für 1870. 8°.

Vom **naturforschenden Verein** in Brünn: Christian R. v. Elvert: Zur Geschichte der Pflege der Naturwissenschaften in Mähren und Schlesien. Brünn 1868. 8°. — Verhandlungen. Achter Band. 1. und 2. Heft. 1870. 8°.

Von der **Académie royale des sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique** in Brüssel: Annuaire 1870. 36. année. 8°. — Bulletins 1869. 38. année. 2. série. tom. XXVII. et XXVIII. 8°. — A. Quetelet sur les étoiles filantes d'out 1869. 8°. — A. Quetelet sur l'aurore boréale 6. Oct. 1869. 8°.

Von der **Société entomologique de Belgique** in Brüssel: Annales. XIII. Band. 8°. — Compt. rend. Nr. 69. 1871. 8°.

Von der **Société malacologique** in Brüssel: Annales. Tome IV. 1869, tom V. 1870. 8°. — Bulletins. Tome VII. 1872. 8°. — Procès verbal de la séance du 3. mars et 4. février 1872. 8°.

Von der **naturwissenschaftlichen Gesellschaft für Sachsen** in Chemnitz: Dritter Bericht vom 1. Oktober 1868 bis 31. Dez. 1870. Chemnitz 1871. 8°.

Von der **Société impériale des sciences naturelles à Cherbourg**: Mémoires. Tom XIV. 1869. 8°.

Von der **königlichen Universität** in Christiania: Le glacier

de Borjum p. A. Sexe. Christ. 1869. 4°. – Mémoire sur les erinoides vivants p. M. Sars. Christ. 1868. 4°. — Undersgelser af. Sars. Christ. 1869. 8°. — Om individuelle Variationer af G. O. Sars. 1868. 8°. — Fortsatte Bemerkninger of M. Sars. 1868. 8°. — Norges Fugle af R. Collett. 1868. 8°.

Von der **naturforschenden Gesellschaft Graubündtens** in Chur: Jahresbericht. Neue Folge. XV. Jahrgang. Chur 1870. 8°.

Von der **naturforschenden Gesellschaft** in Danzig: Schriften. Neue Folge. II. Band. 3. u. 4. Heft. Danzig 1871. 8°.

Von der **naturforschenden Gesellschaft** in Dorpat: Archiv für die Naturkunde Liv-, Est- und Curlands. I. Serie, 6. Bd., 1., 2., 3. Lief. 8°. Dorpat. I. Serie, 5. Bd. II. Serie, 7. Bd., 2. Lief. — Sitzungsberichte. 3. Band, 1. u. 2. Heft. 8°.

Von der **kais. Leopoldinisch-Karolinischen deutschen Akademie der Naturforscher** in Dresden: Leopoldina. 6. Heft. Nr. 13–15. Dresden. 4°. 7. Heft. Nr. 1—8. Dresden. 4°.

Von der **Gesellschaft der Natur- und Heilkunde** in Dresden: Jahresbericht von 1869—1870. Dresden 1870. 8°. — Jahresbericht von 1870—1871. Dresden 1871. 8°.

Von der **naturwissenschaftlichen Gesellschaft „Isis“** in Dresden: Sitzungsberichte: Jahrgang 1869, 1870, 1871. Dresden. 8°.

Vom **naturwissenschaftlichen Vereine der Rheinpfalz „Pollichia“** in Dürkheim: 18. und 19. Jahresbericht. 8°.

Vom **physikalischen Verein** in Frankfurt a. M.: Jahresbericht für 1868—1869 und 1869—1870. 8°.

Von der **Gesellschaft zur Beförderung der Naturwissenschaften im Breisgau** zu Freiburg: Berichte. V. Band, 2., 3., 4. Heft. Freiburg. 8°. — Festschrift der Gesellschaft. Freiburg 1871. 8°.

Von der **Societa entomologica italiana** in Florenz: Bulletino. anno 2, II., III. u. IV. trimestre. 8°. anno 3. I. u. IV. trinestre. 8°.

Von **R. Comitato geologico d'Italia** in Florenz: Bulletino 1871. Nr. 1—12. 8°.

Vom **Vereine für Naturkunde** in Fulda: Bericht für 1865 bis 1869. 8°.

Von der **naturforschenden Gesellschaft** in St. Gallen: Bericht über die Thätigkeit während der Vereinsjahre 1868 bis 1869 und 1869—1870. 8°.

Von der **Gesellschaft der Wissenschaften** in Göttingen: Nachrichten aus den Jahren 1869 und 1870. 8°.

Vom **Vereine der Aerzte** in Graz: Sitzungsberichte. 7. Vereinsjahr. Graz 1870. 8°.

Von der **naturforschenden Gesellschaft** in Halle: Bericht über die Sitzungen im Jahre 1859. 4°.

Vom **naturwissenschaftlichen Verein für Sachsen und Thüringen** in Halle: Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften. Jahrgang 1870. Neue Folge 1. und 2. Band. Berlin. 8°.

Vom **naturhistorisch-medicinischen Verein** in Heidelberg: Verhandlungen. V. Band III. und IV. Heft. 8°.

Von dem **siebenbürgischen Verein für Naturwissenschaften** in Hermannstadt: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang XX und XXI. Hermannstadt. 8°.

Von der **physikalisch-ökonomischen Gesellschaft** in Königsberg: 10. u. 11. Jahrgang. 4°.

Von der **k. Danske Videnscabernes Selskob** in Kopenhagen: Oversigt over det Vorhandliger, 1869. Nr. 1—4. 1870 Nr. 1—3, 1871 Nr. 1. 8°.

Von der **Société Vaudoise des sciences naturelles** in Lausanne: Bulletin Vol. X. Nr. 62—65. 8°.

Von der **City University** in Jova: The statics of the four types of modern chemistry. 1868. 8°. — A new a general Law determining the atomic volum and Boiling point of Carbon Compounds 1868. 8°. — On the spectra a composition of the elements. 1864. 8°. — The lilies of the fields. 1869. 8°. — Synopsis of new Memoirs of Atomechanik. 1868. 4°. — Resumé français de l'atomécanique. 1867. 4°.

Vom **naturhistorischen Landesmuseum** in Kärnten: Jahrbuch. 9. Heft. Klagenfurt 1870. 8°. — Die Mineralien Kärntens, von H. Höfer. Klagenfurt 1870. 8°.

Vom **mineralogischen Verein** in Landshut: 4. Jahresbericht. Landshut 1870. 8°.

Vom **Museum Francisco Carolinum** in Linz: 26. Bericht nebst 23. Lief. der Beiträge zur Landeskunde. Linz. 1869. 8°. — 29. Bericht nebst 24. Lief. der Beiträge zur Landeskunde. Linz 1870. 8°.

Von der **Royal Society** in London: Proceedings Vol. XVII, XVIII. u. XIX. Nr. 109—129. London. 8° — Philosophical Transactions. Vol. 159, 160 u. 161. 4°. - The royal Society. 1869 und 1870. 4°.

Von dem **naturwissenschaftlichen Vereine für das Fürstenthum Lüneburg**: Jahres-Hefte. IV. Heft für 1868 u. 1869. Lüneburg 1870 8°.

Vom **naturwissenschaftlichen Verein** in Magdeburg: Abhandlungen. Heft 2. 1870. 8°. — Sitzungsberichte für 1870. 8°.

Von der **Akadémie impériale des sciences, belles lettres et arts** in Lyon: Mémoires, tom. XVII. 1869 - 1870 8°.

Vom **R. Instituto lombardo di scienze, lettere ed arti** in Mailand: Rendi conti: Serie II. Vol. II. Fasc. 17—20. — Serie III. Vol. IV. Fasc. 1 - 7. 8°. — Luigi Gabla: Sopra alcuni recenti. Milano 1870. 8°.

Vom **Osservatorio del Collegio Carlo Alberto** in Moncalieri: Bolletino meteorologico Vol V. Nr. 1—12 und Vol VI. Nr. 1—3. 4° — Le stelle cadenti di Nov. 1868 et Agosto 1869. Forino 1870. 8°.

Von der **Société impériale des naturalistes** in Moskau: Bulletin année 1869 Nr. 2, 4. année 1870 Nr. 1—4. année 1871 1 u. 2. 8°. — Nouveaux mémoires, tome XIII. libr. 3. 1871. Moskau. 4°.

Von der **königl. baierischen Akademie der Wissenschaften** in München: Sitzungsberichte. 1870. I. Band Heft 1—4, II. Band Heft 1—4. 1871. Heft 1—2. 8°.

Von dem **Vereine der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg** in Neu-Brandenburg: Archiv. 23. und 24. Jahrgang. 8°.

Von der **Société des sciences naturelles** in Neuenburg: Bulletin Tome 8. 3 Cohier. Tome IX, 1. Cohier. 8°.

Von der **Philomathia** zu Neisse: 15. Bericht 1865—1867. Neisse 1867. 8°. — 16. Bericht 1867—1869. Neisse 1869. 8°.

Vom **germanischen National-Museum** in Nürnberg: Anzeigen für die Kunde der Vorzeit, 16 und 17. Jahrgang. 4°.

Vom **Vereine für Naturkunde** in Offenbach: 10. Bericht vom 17. Mai 1868 bis 6. Juni 1869. 8°.

Vom **naturwissenschaftlichen Vereine** in Osnabrück: 1. Jahresbericht 1870—1871 8°.

Vom **naturhistorischen Vereine** in Passau: Jahresbericht, Jahrgang 9. 1869—1870. 8°.

Vom **k. ungarischen naturwissenschaftlichen Vereine** in Pest: Mittheilungen 1. Band, Heft 1—9. — 2. Band Heft 10—18 8°. Rud. Somogyi: Termeszet tud tarsulat uj alb Konyveinek čzimjegyzeke. 1871. 8°.

Von der **Wein- und Gartenbaugesellschaft** in Peterwardein: Generalversammlungsbericht für 1869, 1870, 1871. Neusatz 8°.

Von der **k. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften** in Prag. Abhandlungen: VI. Folge, 2. und 3. Band. 4°. — Sitzungsberichte Jahrgang 1869. 8°. — Repertorium sämmtlicher Schriften d. k. b. G. von 1769—1868. 8°. — Sitzungsberichte, Jahrgang 1870. 8°. — Waltenhofen, über Anziehung. 4°. — Zenger, differenzial Photometer. 4°. — Stobba, chemische Notizen. 4°. — Fritsch, Elephanten, Schildkröte. 4°.

Vom **naturwissenschaftlichen Vereine „Lotos“** in Prag: „Lotos“ 19. und 20. Jahrgang Prag. 8°.

Vom **Vereine für Natur- und Heilkunde** in Pressburg: Verhandlungen: Neue Folge. 1. Heft. Jahrgang 1869—1870. 8°. — Catalog der Bibliothek des Vereines. 8°.

Vom **Vereine für Naturfreunde** in Reichenberg: Mittheilungen für 1870 und 1871. 8°. Dessen Statuten. 1869. 8°.

Von der **Académie impériale** in Rouen: Precis analytique. Rouen 1870. 8°.

Von der **königl. baierischen botanischen Gesellschaft** in Regensburg: Flora 1869. Nr. 30—34. 1870. Nr. 1—31. 1871. Nr. 7—31. 8°.

Vom **zoologisch-mineralogischen Verein** in Regensburg: Correspondenzblatt. 23. und 24. Jahrgang. 8°.

Vom **Vereine für Landeskunde** in Salzburg: Mittheilungen der Gesellschaft für Landeskunde. X. Vereinsjahr. 8°.

Von der **schweizerisch entomologischen Gesellschaft** in Schaffhausen: Mittheilungen. Vol. III. Nr. 4—8. 8°.

Vom **Vereine für Natur- und Heilkunde** in Schemnitz:

Bericht über die Versammlung des Vereines vom 19. Nov. 1870, vom 24. März 1871, vom 24. Nov. 1871. Schemnitz. 8°.

Von der **Schweizer naturforschenden Gesellschaft** in Solothurn: Jahresbericht 1869. 8°.

Vom **Vereine für vaterländische Naturkunde in Württemberg** zu Stuttgart: Naturwissenschaftliche Jahreshefte: 25. Jahrgang, 2. u. 3. Heft. 26. u. 27. Jahrgang. 8°.

Vom **Vereine für Kunst und Alterthum in Ulm und Oberschwaben**: Verhandlungen. 1870. 2. Heft. 1871. 3. Heft. 4°.

Vom **R. Instituto veneto di scienze lettere ed arti** in Venedig: Mtti. Tomo XIV, serie terza, disp. 9 und 10. Tomo XV., serie terza, disp. 1—10. Tomo XVI., serie terza, disp. 1—4. 8°.

Von **Smitonian Institution** in Washington: Annual Raport of the board of regents of 1868 u. 1869. 8°.

Vom **österreichischen Alpenvereine** in Wien: Jahrbuch 6. Band mit 5 Beilagen. Wien 1870.

Von der **k. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus** in Wien: Jahrbücher: neue Folge, 5. u. 6. Band, der ganzen Reihe 13. u. 14. Band. 4°.

Von der **k. k. Gartenbau-Gesellschaft** in Wien: Der Gartenfreund: 3. Jahrgang Nr. 13—17. 4. Jahrgang Nr. 18—21. 5. Jahrgang Nr. 22. 4°.

Vom **Vereine zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse** in Wien: Schriften des Vereines. Band 2—11. Wien. 8°.

Von der **k. k. geographischen Gesellschaft** in Wien: Mittheilungen: Neue Folge. III. Band 1—14. Wien 1870. 8°.

Von der **k. k. geologischen Reichsanstalt** in Wien: Verhandlungen für 1870. Nr. 5—18. Verhandlungen für 1871. Nr. 1—18. Verhandlungen für 1872. Nr. 1—6. — Jahrbuch, 20. Band, für 1870. Jahrbuch, 21. Band, für 1871. 8°.

Von der **anthropologischen Gesellschaft** in Wien: Mittheilungen. 1. Band Nr. 1—14. 1871. Nr. 1. 1872. 8°.

Von der **k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft** in Wien: Verhandlungen. XX. und XXI. Band. 8°.

Von der **österreichischen Gesellschaft für Meteorologie** in Wien; Zeitschrift. 5. u. 6. Band. 8°.

Vom **Vereine für Naturkunde in Nassau** in Wiesbaden: Jahrbücher: Jahrgang 23 und 24. 8°.

Von der **physikalisch-medicinischen Gesellschaft** in Würzburg: Verhandlungen. Neue Folge. 1. Band, 4. Heft. 8°. 2. Band, 1.—3. Heft. 8°. — Verzeichniss der Bibliothek d. ph.-m. G. in Würzburg. 8°.

Von der **naturforschenden Gesellschaft** in Zürich: Vierteljahrsschrift, 14. und 15. Jahrgang. 1869 und 1870. 8°.

Gesellschaften, Vereine und Anstalten,

mit welchen Schriftentausch stattfindet.

Agram: Akademie der Wissenschaften.
Amsterdam: Kön. Akademie der Wissenschaften.
Annaberg: Annaberg-Buchholzer Verein für Naturkunde.
Angers: Société académique de Maine et Loire.
Augsburg: Naturhistorischer Verein.
Bamberg: Naturforschende Gesellschaft.
Basel: Naturforschende Gesellschaft.
Bern: Allgemeine schweizerische naturforschende Gesellschaft.
„ Naturforschende Gesellschaft.
Bonn: Naturhistorischer Verein der preuss. Rheinlande und Westphalens.
Boston: Society of Natural History.
Bremen: Naturwissenschaftlicher Verein.
Breslau: Schlesische Gesellschaft für vaterländische Kultur.
Brünn: Naturforschender Verein.
Brüssel: Académie royale des sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique.
„ Société entomologique de Belgique.
„ Société malacologique de Belgique.
Carlsruhe: Naturwissenschaftlicher Verein.
Cassel: Verein für Naturkunde.
Chemnitz: Naturwissenschaftliche Gesellschaft für Sachsen.
Cherbourg: Société impériale des sciences naturelles.
Christiania: Kön. Universität.
Chur: Naturforschende Gesellschaft Graubündens.
Danzig: Naturforschende Gesellschaft.
Dijon: Académie impériale des sciences, arts et belles lettres.
Dorpat: Naturforscher-Gesellschaft.

Dresden: Kais. Leopoldinisch-Carolinische deutsche Akademie der Naturforscher.
„ Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.
„ Naturwissenschaftliche Gesellschaft „Isis".
Dublin: Society of Natural History.
Dürkheim: Pollichia.
Florenz: Societá entomologica italiana.
„ R. comitato geologico d'Italia.
Frankfurt a. M.: Physikalischer Verein.
„ Zoologische Gesellschaft.
Freiburg: Gesellschaft zur Beförderung der Naturwissenschaften im Breisgau.
Fulda: Verein für Naturkunde.
St. Gallen: Naturforschende Gesellschaft.
Genf: Société d'Historie et d'Archéologie.
Giessen: Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.
Göttingen: Kön. Gesellschaft der Wissenschaften.
Graz: Verein der Aerzte.
Halle: Naturforschende Gesellschaft.
„ Naturwissenschaftlicher Verein für Sachsen und Thüringen.
Hamburg: Naturwissenschaftlicher Verein.
Hanau: Wetterau'sche Gesellschaft für die gesammte Naturkunde.
Hannover: Naturhistorische Gesellschaft.
Harlem: Bureau central scientifique weerlandois.
Heidelberg: Naturhistorisch-medicinischer Verein.
Hermannstadt: Siebenbürgischer Verein für Naturwissenschaften.
Innsbruck: Ferdinandeum.
Jowa: City University.
Kiel: Verein nördlich der Elbe zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse.
Klagenfurt: Naturhistorisches Landes-Museum von Kärnten.
Königsberg: Kön. physikalisch-ökonomische Gesellschaft.
Kopenhagen: Kön. Danske Videnskabernes Selskab.
Landshut: Mineralogischer Verein.
„ Botanischer Verein.
Lausanne: Société Vaudoise des sciences naturelles.
Linz: Museum Francisco-Carolinum.
London: Royal Society.

Lüneburg: Naturwissenschaftlicher Verein für das Herzogthum Lüneburg.
Lyon: Académie impériale des sciences, belles lettres et arts.
„ Société impériale d'histoire naturelle et des arts utiles.
Magdeburg: Naturwissenschaftlicher Verein.
Mailand: R. instituto lombardo di scienze, lettere et arti.
Mannheim: Verein für Naturkunde.
Moncalieri: Osservatorio del R Collegio C. Alberto.
Moskau: Société impériale des naturalistes.
München: Kön. Akademie der Wissenschaften.
Neisse: Philomathia.
Neu-Brandenburg: Verein der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg.
Neuenburg: Société des sciences naturelles.
Neustadt a. H.: „Pollichia", ein naturwissenschaftlicher Verein in der Rheinpfalz.
New-York: American Museum of Natural History.
Nürnberg: Germanisches National-Museum.
„ Naturhistorische Gesellschaft.
Offenbach: Verein für Naturkunde.
Osnabrück: Naturwissenschaftlicher Verein.
Passau: Naturhistorischer Verein.
Pest: Kön. ung. naturwissenschaftlicher Verein.
Peterwardein: Wein- und Gartenbaugesellschaft.
Prag: Kön. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften.
„ Naturwissenschaftlicher Verein „Lotos".
Pressburg: Verein für Naturkunde.
Regensburg: Kön. bair. botanische Gesellschaft.
„ Zoologisch-Mineralogischer Verein.
Reichenberg: Verein für Naturfreunde.
Rheinfelden: Schweiz. naturforschende Gesellschaft.
Salzburg: Verein für Landeskunde.
Schaffhausen: Schweiz. entomologische Gesellschaft.
Schemnitz: Verein für Natur- und Heilkunde.
Solothurn: Schweiz. naturforschende Gesellschaft.
Stettin: Entomologischer Verein.
Stockholm: Kong. Svenska Vetenscaps Academien.
Stuttgart: Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg.
Ulm: Verein für Kunst und Alterthum im Ulm und Oberschwaben.

Venedig: R. instituto veneto di scienze, lettre et arti.
Washington: Smitsonian Institution.
Wien: Oesterreichischer Alpenverein.
„ Anthropologische Gesellschaft.
„ K. k. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.
„ K. k. Gartenbau-Gesellschaft.
„ K. k. geographische Gesellschaft.
„ K. k. geologische Reichsanstalt
„ K. k. Hofmineralien-Cabinet.
„ K. k. zoologisch-botanische Gesellschaft.
„ Oesterreichische Gesellschaft für Meteorologie.
„ Verein zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse.
Wiesbaden: Verein für Naturkunde in Nassau.
Würzburg: Physikalisch-medicinische Gesellschaft.
Zürich: Naturforschende Gesellschaft.

Berichte

über die

Vorträge in den Monatsversammlungen der Vereinsmitglieder.

Versammlung am 17. Juni 1871.

Herr L. **Schmidt**, Mechaniker aus Dresden, hat seine von ihm construirten Rotationsapparate vorgezeigt und eine mannigfaltige Reihe der hübschesten und überraschendsten Versuche ausgeführt. Die eigenthümliche Erscheinung, dass die Achse eines rasch rotirenden Körpers ein bedeutendes Bestreben zeigt, die ihr gegebene Richtung beizubehalten und demnach Kräften, die sie zu neigen streben, einen Widerstand entgegenzusetzen, ist schon durch mancherlei Apparate und zuerst durch einen von Bohnenberger angegebenen zur Anschauung gebracht worden.

Im Grunde erkennt man diese Thatsache an jedem noch so einfach hergestellten Kreisel, der ja auch bei rascher Rotation durch die Wirkung der Schwerkraft nicht umgeworfen wird. Ein solcher nur sorgfältiger gearbeiteter Kreisel ist der Haupttheil eines jeden Rotationsapparates. Um jedoch denselben in Rotation zu versetzen, ihm die gewünschte Stellung zu geben u. s. f., sind an den meisten Apparaten noch gewisse Nebenvorrichtungen angebracht, welche das eigentlich Frappante der Erscheinung leichter übersehen lassen. Ausserdem besitzen die Kreisel an den älteren Apparaten gewöhnlich keine sehr lange Rotationsdauer.

Herr Schmidt ist nun im Stande, indem er den Kreisel auf eine Achse steckt und denselben, während man die Achse in der Hand festhält, durch Abziehen einer Schnur in Rotation versetzt, bei seinen Versuchen ganz freie Kreisel anwenden zu können,

Der rotirende Kreisel kann dann beliebig wohin gestellt oder aufgehängt werden; Jedermann sieht, dass keinerlei Verbindung zwischen der Achse und den Nebenapparaten das Umfallen verhindern könne und eben dieser Umstand macht die Versuche besonders überraschend. Ausserdem ist es Herrn Schmidt gelungen, seine Kreisel so präcise zu arbeiten, dass sie ganz erstaunlich lange fortrotiren und so zu verschiedenen aufeinanderfolgenden Versuchen verwendet werden können.

Mit einem derartigen Kreisel wurden durch Aufstellen oder Aufhängen desselben zunächst die Grunderscheinungen gezeigt, die sich auf die Wirkung der Schwerkraft, eines Druckes auf die Achse und der Reibung an der Unterstützungsfläche beziehen. Sodann thaten eine Reihe von Versuchen den gegenseitigen Einfluss zweier oder mehrerer Kreisel dar, indem man dieselben in geeigneter Weise aufeinander stellt, oder durch einen Stab verbindet, der selbst wieder um eine verticale Achse drehbar gemacht ist. Die lange und rasche Rotation der Kreisel gestattet ferner eine mannigfaltige Anwendung zu acustischen und optischen Versuchen, die sonst eigene Rotationsapparate erfordern. So wurde mit einem grösseren Kreisel eine Seebek'sche Sirene lange genug in Bewegung erhalten, um daran die verschiedenen Töne demonstriren zu können; Pappscheiben, mit verschiedenen Farben versehen, wurden in Rotation versetzt, um die Mischfarben zu zeigen. Weiss, als Mischung der Regenbogenfarben, wurde mit Rücksicht darauf, dass Pigmentfarben zur Anwendung kommen mussten, sehr rein erhalten; Schwarz-Roth-Gold, am Kreisel gemischt, gibt die Farbe von Kanonenmetall.

Versammlung am 28. Oktober 1871.

Herr Professor Dr. A. Rollett sprach über elektrische Fische. Er erwähnt zuerst, dass die Zitterrochen, welche verschiedene Gegenden des atlantischen und mittelländischen Meeres bewohnen, schon den Alten bekannt waren; dass sie von ihnen zu Heilzwecken gebraucht wurden, und dass Galen die Narke ein dem herakleischen Steine verwandtes Räthsel nennt. Es folgte dann eine Geschichte des Bekanntwerdens des Zitteraales, des südamerikanischen, und des Zitterwelses, der afrikanische Flüsse bewohnt.

Adanson hat zuerst im Jahre 1751 den Schlag des Zitterwelses mit dem Schlag der Leydnerflasche verglichen und die Ansicht, dass die eigenthümlich wirkende Kraft, welche von den Zitterfischen ausgeht, elektrischer Natur sei, hat sich durch die Untersuchungen von John Walsh (1772—1776) am Zitterrochen und am Zitteraale noch mehr befestigt. Der Vortragende geht nun näher ein auf den Bau der zuerst von Redi (1666) bei den Torpedos unterschiedenen eigenthümlichen Organe, die später von Reaumur, Hunter, Geoffroy, Pacini und in den Jahren 1857—1859 von Bilharz und von Max Schultze genauer beschrieben wurden. Bilharz wies zuerst als wesentlichsten morphologischen Bestandtheil der elektrischen Organe beim Zitterwels die „elektrische Platte" nach, und Max Schultze bewies den übereinstimmenden Bau der elektrischen Organe aller elektrischen Fische. Diese Organe stehen unter dem Einflusse von Nerven, die, wie physiologische Versuche lehren, vom Willen des Thieres erregt werden, und zwar steht mit jeder der zahlreichen und säulenförmig übereinander geschichteten elektrischen Platten des einzelnen Organes wenigstens je eine Nervenfaser in Verbindung. Das Thier ertheilt Schläge, wenn es ihm beliebt. Nach oft wiederholten Entladungen ermüdet aber das Organ für weitere Leistungen, gerade so, wie die der Willkühr unterworfenen Muskeln nach angestrengter Arbeit ermüden.

Die augenfällige Aehnlichkeit, welche die elektrischen Organe, namentlich der Zitterrochen, mit der von Volta erfundenen Säule darbieten, war eine Quelle der Freude für Volta. Dieser ging so weit, seine Säule „Organe électrique artificiel", zum Unterschiede von dem natürlichen elektrischen Organe des Zitterrochens, zu nennen. Die Hoffnung Volta's, dass seine Säule ein helles Licht auf die Elektricitätserzeugung bei den elektrischen Fischen werfen werde, war aber eine trügerische.

Es wurden aber nun mit allen von der exacten Wissenschaft zum Nachweise galvanisch-elektrischer Ströme an die Hand gegebenen Behelfen von John Davy 1830 am Zitterrochen, von Faraday 1838 am Zitteraale, von Schönbein 1839 an demselben Fische, und von du Bois 1857 an lebend nach Berlin gelangten Zitterwelsen Versuche angestellt und so die experimentell physikalische Seite des Phänomens der Zitterfische immer weiter ausgebildet.

Insbesondere bei den Versuchen des letzteren Forschers und seinem Materiale verweilt der Vortragende längere Zeit. Die be-

treffenden Zitterwelse waren durch M. Anderson, die Frau eines schottischen Missionärs von Creek-Town, 12 deutsche Meilen aufwärts von der gemeinschaftlichen Mündung des Oldcalabarstromes und des Niger an der Westküste Afrikas, unter Aufopferung und trotz unterwegs erlittenem Schiffbruche nach Edinburg gebracht worden. Dort wurden sie an den Professor der Anatomie John Goodsir übergeben und von diesem an du Bois in Berlin befördert, wo sie dem letzteren Forscher im physiologischen Institute der dortigen Universität durch einige Monate zu Versuchen dienten. Die Richtung und die räumliche Ausbreitung des Zitterfischschlages im Wasser, ein Problem, welches mit merkwürdig klaren und seiner Zeit vorauseilenden Anschauungen schon Cavendisch im Jahre 1776 für den Zitterrochen behandelte, kennen wir heute für alle Zitterfische, Dank den vereinten Bemühungen vieler Forscher, sehr genau, und du Bois und Kirchhoff haben die über beides ermittelten Thatsachen durch eine Hypothese über die Elektricitäts-Erzeugung in den Organen der elektrischen Fische zur erklären gesucht.

Nach dieser Hypothese entsteht die Elektricität der Fische nicht durch den Contact elektromotorisch ungleichartiger thierischer Gewebe, wie Volta und nach ihm Viele anzunehmen geneigt waren.

Die thierischen Gewebe verhalten sich vielmehr, wie du Bois ermittelte, elektromotorisch gleichartig; sie reagiren meist nur schwach alkalisch und man konnte sich nie recht vorstellen, wie aus denselben so erstaunlich wirksame Säulen gebildet werden sollten.

Der Sitz der elektromotorischen Kräfte ist dagegen nach du Bois in der morphologisch einheitlichen „elektrischen Platte“ zu suchen. Dieser Platte komme eine besondere elektrische Molekularstructur zu und unter dem Einflusse des vom Willen des Thieres erregten Nerven wird die eine Seite der Platte positiv, die andere negativ elektrisch. Die elektrischen Fische bedienen sich ihrer Entlandungen als Waffe zum Angriff, zur Vertheidigung und zur Erlegung ihrer Beute. Sie werden mit ihrer fürchterlichen Waffe Menschen und Thieren zum Schrecken. Die Zitterwelse werden von den Arabern des Niels der Schrecken und die Geissel der übrigen Nielfische genannt. Alexander von Humboldt und Bonpland waren auf ihren Reisen in den Aequinoctialgegenden

des neuen Continents Zeugen eines furchtbaren Kampfes zwischen Zitteraalen und Pferden, dem einzelne der letzteren unterlagen. Den Kampf hatten aber Indianer angezettelt, auf dass sie die im Kampfe ermüdeten und zeitweilig zu neuen Schlägen unfähigen Zitteraale gefahrlos fangen konnten.

Die Stellung der jene furchtbaren Wirkungen ausübenden elektrischen Organe der Fische war bisher, trotz ihres sehr genau ermittelten Baues, unter den bekannten Organen des Thierreiches eine sehr exceptionelle, so dass von dieser Seite her der Descendenzlehre Darwin's auch mit Einwürfen gedroht werden konnte. Die Untersuchungen von Babuchin über die Entwicklung der elektrischen Organe haben aber ergeben, dass wir uns darunter eine eigenthümliche Metamorphose des motorischen Apparates, der in den mit ihren Nerven ausgerüsteten willkürlichen Muskeln vorliegt, vorzustellen haben. Die mechanischen Leistungen des letzteren sind gleichsam durch die elektrischen Leistungen jener Organe substituirt. So haben denn die elektrischen Fische viel des Wunderbaren und Räthselhaften, welches man durch lange Zeit an denselben anstaunte, durch die gewaltigen Bemühungen der Naturforscher verloren. Das Staunen vor dem Wunder hat der Erkenntniss Platz gemacht. Gibt es auch namentlich in Bezug auf die moleculären Vorgänge in der „elektrischen Platte" noch vieles zu erklären, so ordnen sich doch die elektrischen Fische mit ihren Erscheinungen jetzt ein in den Kreis von Vorstellungen, die in Bezug auf die Naturerscheinungen überhaupt in der Jetztzeit herrschen und darum können wir befriedigt auf die aufklärenden Resultate der Vergangenheit blicken und uns mit Beruhigung der Hoffnung hingeben, dass die Zukunft hier im Einklange mit den übrigen Naturwissenschaften neue Fortschritte verzeichnen wird.

Versammlung am 25. November 1871.

Herr Professor Dr. Eichler hielt einen Vortrag über die Bewegung des Saftes bei den Pflanzen. Unter den mannigfachen bei der Pflanze vorkommenden Säftebewegungen wurden diejenigen näher besprochen, welche der Nahrungssaft zu durchlaufen hat, von dem Momente an, wo er in die Pflanze eintritt, bis zu

dem, wo er in Gewebeform fixirt wird. Dieser Saft wird bekanntlich von der Mehrzahl der Pflanzen (eine Ausnahme machen die Schmarotzergewächse) nur in Gestalt von unorganischen Verbindungen aufgenommen und erst innerhalb des Pflanzenkörpers in die zur Ernährung und Neubildung von Geweben tauglichen organischen Stoffe umgewandelt, „assimilirt“. Die Assimilation erfolgt nicht ohne Weiteres durch den Eintritt in die Wurzeln, sondern der Saft muss dazu noch nach den Blättern geleitet werden. Doch erfährt er in den Wurzeln schon eine Veränderung, durch welche er in den sogenannten „rohen“ Nahrungssaft umgewandelt wird; dieser wird alsdann in den Blättern — unter dem Einflusse des Lichtes und der aus der Luft in die Blätter aufgenommenen Gase — völlig assimilirt. Zur Bereitung fertigen Nahrungsstoffes der Pflanze ist mithin die vereinte Thätigkeit von Wurzeln und Blättern erforderlich.

Die Aufwärtsleitung des „rohen“ Nahrungssaftes von den Wurzeln zu den Blättern geschieht durch den Holzkörper des Stengels, nicht jedoch durch die Rinde. Dies lässt sich leicht experimentell beweisen; schneidet man nämlich die Rinde eines Gewächses ringförmig bis auf das Holz durch, so leidet die Zuführung des Saftes zu den über der Wunde gelegenen Theilen der Pflanze keine Unterbrechung; schneidet man dagegen mit möglichster Schonung der Rinde das Holz quer durch, so vertrocknet der oberhalb der Wunde gelegene Theil der Pflanze sogleich. Im Holzkörper sind es lediglich die eigentlichen Holzfasern, welche der Aufwärtsleitung dienen, nicht aber die Gefässe und Markstrahlen; auch sind es nur die Fasern des jugendlichen Holzes oder Splintes, wie schon die gemeine Erfahrung bei dem Saftriebe der Bäume im Frühjahre zeigt. Der Uebergang aus dem Stengel in die Blätter erfolgt ebenfalls nur durch die Holzfasern, welche sich in den Faserbündeln des Blattstiels und in den sogenannten Blattrippen als einer der Hauptbestandtheile derselben vorfinden.

Nachdem der Rohsaft in den Blättern vollständig assimilirt ist, wird er den Stellen zugeführt, an welchen die Pflanze seiner bedarf, d. i. also denjenigen Partien, in welchen Wachsthum stattfindet, und dies sind bei den Pflanzen hauptsächlich die Spitzen von Wurzeln, Stengeln und deren Verzweigungen, sowie die zwischen Holz und Rinde gelegene Verdickungszone (das „Cambium“). Da

diese Partien zum guten Theile unterhalb des belaubten assimilirenden Systems der Pflanze liegen, so muss mithin der fertige Nahrungssaft seiner Hauptmasse nach abwärts strömen. Wir haben hiernach in der Pflanze zwei Hauptströme von Saft: einen aufsteigenden von Rohsaft und einen absteigenden Strom fertigen Bildungssaftes.

Der fertige Saft fliesst von den Blättern zu seinen Verbrauchsstellen, im Gegensatze zu dem Rohsafte, durch die Rinde, wie ebenfalls wieder durch Experimente gezeigt werden kann. Schneidet man z. B. am Stamme eines Baumes die Rinde ringsum durch, so steht das Wachsthum des unterhalb der Wunde gelegenen Theiles still, dagegen wird das Wachsthum des oberen Theiles (indem sich hier der Saft anhäuft) über das gewöhnliche Mass gesteigert. Gelingt es dem Gewächs, die Ringwunde durch Ueberwallung zu schliessen, so stellt sich das gewöhnliche Verhältniss wieder her; würde die Rinde nur unvollständig hinweggenommen, so dass noch Verbindung zwischen oben und unten durch eine Rindenbrücke bestehen bliebe, so wächst der untere Theil ebenfalls weiter. Durch analoge Versuche ist bewiesen worden, dass auch da, wo der fertige Nahrungssaft, um zu seinen Verbrauchsstellen zu gelangen, nach aufwärts strömen muss (z. B. bei Früchten, die über das Laub hinausragen), derselbe ebenfalls durch die Rinde strömt, nirgends jedoch durch das Holz. In der Rinde sind es im Besonderen wieder gewisse Partien des Bastgewebes, welche der Leitung des fertigen Nahrungssaftes dienen; da dieselben die Holzfasern der Blattrippen und Blattstiele überall begleiten, so ist hiermit auch der Weg bezeichnet, den der Saft einschlägt, um vom Blatte in die Stengelrinde zu gelangen.

Der Vortragende machte auf die Analogien aufmerksam, welche diese Verhältnisse mit der Blutcirculation der höheren Thiere haben, und wies zum Schlusse noch kurz auf einige Modificationen hin, welche die erläuterten Gesetze bei denjenigen Gewächsen erfahren, welche das Vermögen haben, Reservenahrung zu bilden und dieselbe nach Bedürfniss, auch bei mangelnder Blatt- und Wurzelthätigkeit, zu ihrem Wachsthum zu verwenden.

Versammlung am 30. Dezember 1871.

Herr Privatdocent Dr. V. Graber sprach über die Tonwerkzeuge der Insekten im Lichte des Darwinismus. Die Lautäusserungen der Hexapodenz haben schon die ältesten Naturforscher, z. B. Aristoteles, sehr lebhaft interessirt, nichts destoweniger ist man aber erst in der allerjüngsten Zeit ihrer Entstehung näher auf die Spur gekommen. Es gilt dies namentlich von den strenge so zu nennenden Stimmapparaten. Lautäusserungen entstehen auf mehrfache Weise und, worauf ein besonderes Gewicht zu legen ist, auch durch unwillkürliche, auf Reflexwirkungen beruhende Bewegungen gewisser vorwiegend harter und rauher Körpertheile, die man daher auch gar nicht als Tonwerkzeuge im anatomischen und noch weniger im teleologischen Sinne ansprechen darf. Tonwerkzeuge im engeren Sinne nennen wir nur jene einen höheren Grad von Differenzirung verrathenden Leibesgebilde, die vermöge ihrer eigenthümlichen Structurverhältnisse zur Hervorbringung eigentlicher Töne und nicht blosser Geräusche befähigt sind. Hieher gehören in erster Linie die Stimm- oder Brummapparate gewisser Fliegen, Bienen, Wasserjungfern, sowie die Schrill- oder Zirporgane der Heuschreckensippe. Erstere sind in physiologischer Beziehung den stimmerzeugenden Einrichtungen der Wirbelthiere an die Seite zu setzen, insoferne beiderlei Bildungen nach dem Principe der Zungenpfeifen gebaut sind. Bei den Insecten lässt es sich aber ungleich leichter als bei den Wirbelthieren, den Menschen nicht ausgeschlossen, zur Evidenz bringen, dass die stimmerzeugenden Vorrichtungen auf einfachere und nicht tongebende Einrichtungen gewisser mit den Exspirationskanälen verbundener Theile zurückzuführen sind.

Man hat sich aber keineswegs vorzustellen, als ob die genannten Apparate, weil für die betreffenden Besitzer derselben vielleicht von irgend welchem Nutzen, einer nach einem bestimmten Plane schaffenden Ursache ihre Entstehung verdanken, die Sache liegt vielmehr so, dass in Folge gewisser, aus rein mechanischen Gründen nothwendig gewordener Abänderungen, beziehungsweise Anpassungen die ursprünglich nicht tongebenden Vorrichtungen die Fähigkeit der Lautäusserung erlangt haben.

Auf das Ueberzeugendste lässt sich das an den Tonwerkzeugen der Geradflügler nachweisen, die der Vortragende selbst

nicht bloss sehr genau, sondern auch sehr gewissenhaft und ohne Voreingenommenheit, d. i. lediglich mit der Intention, untersucht hat, die Wahrheit — ob diese nun Darwin günstig oder ungünstig sei — zu finden.

An den tonerzeugenden Flügeln der Heuschrecken kann Jeder sehen, der sehen will, dass sie nicht mehr die frühere ursprüngliche Beschaffenheit zeigen, ja es lässt sich sogar der Nachweis führen, dass unter den jetzt lebenden Arten welche sind, die an verschiedenen nicht einmal weit von einander entlegenen Orten hinsichtlich der Ausbildung ihrer tongebenden Adern so sehr differiren, dass manche Individuen noch völlig stumm sind, während andere bereits am Concerte ihrer Verwandten den lebhaftesten Antheil nehmen.

Annehmen, dass speciell die Tonwerkzeuge der Laubheuschrecken noch gegenwärtig in der Weise gebraucht würden, wie es in dem Plane eines etwaigen Schöpfers lag, hiesse behaupten, dass dieser seine besondere Freude an rudimentären, völlig unnützen, ja sogar störenden Einrichtungen habe.

Versammlung am 27. Jänner 1872.

Herr Prof. Peters begann seinen Vortrag über neu gefundene Mastodonreste aus der obersten Tertiärstufe Steiermarks mit einem Hinweis auf das im vorigen Jahre besprochene Prachtexemplar von Dinotherium, den bei Hausmannstetten ausgegrabenen Unterkiefer, zu welchem im Sommer in derselben Schichte, aber höherer Terrainlage bei Durchhauung des Schemmerltunnels ein interessantes Seitenstück, das Stosszahnende von einem älteren (männlichen) Individuum derselben Art vorkam. Der vortreffliche Erhaltungszustand dieses Zahnfragmentes, welches dem Vortragenden unter Vermittlung des Herrn Dr. Gabriel vom Herrn Oberingenieur Wagner übergeben wurde, lässt es höchlich bedauern, dass die Arbeit im Dunklen und die Eigenthümlichkeit des Bauobjectes, die einen seitlichen Querschlag kaum gestattet haben würde, der weiteren Verfolgung des Fundes nicht günstig war. Noch lebhafter ist die völlige Zertrümmerung eines Unterkiefers von Mastodon longirostris zu beklagen, der beim

Abräumen des groben Sandes in der Trace bei der Ortschaft Oberlassnitz am hellen Tage angetroffen wurde und unsere Kenntniss von diesem zweiten Riesenthiere unserer oberen Tertiärstufe wesentlich erweitert haben würde. Indem Prof. Peters das einzige davon übrig gebliebene Stück mit drei Viertheilen des vorletzten Mahlzahnes demonstrirt, kommt er auf die Gigantologie des 17. Jahrhunderts zu sprechen und die von Mitgliedern der medicinischen Facultät in Paris darüber geführten Streitschriften, zu denen ein Fund von Mastodonknochen bei Lyon Veranlassung gegeben hatte.

Mit G. Cuvier beginnt die moderne Osteologie überhaupt, die der Dickhäuter insbesondere. Abgesehen vom Raisonnement Blainville's und der durch sein grosses Bilderwerk wesentlich geförderlichen Materialkenntniss, haben Kaup und H. v. Meyer durch die Untersuchung der Reste aus Süd- und Westdeutschland zur Aufklärung über die Sippe Mastodon beigetragen, die endlich Falconer, nach jahrelangem Studium des indischen Elephanten in seiner Heimat und der zahlreichen fossilen Formen am südlichen Fusse des Himalaya, sowohl an sich als auch in Beziehung zu Elephas, mit der sie durch fossile Uebergangsformen zusammenhängt, in voller Klarheit darstellte.

Unsere heimischen Ablagerungen enthalten in einer ihren ältesten Stufen, in der Kohle von Eibiswald, zwei von Falconer's trilophodonten Arten, M. angustidens und M. tapiroides, von denen die Museen der Sachkenntniss und Sorgfalt Director Melling's schöne Exemplare verdanken. Dieselben Arten gehen auch in die jüngere Braunkohle des Köflacher- und Voitsberger-Reviers über, deren Ablagerung während der Ausfüllung der südlichen und südöstlichen Beckenräume durch zwei auf einander folgende Meere von verschiedenen Dimensionen und Zusammenhängen stattfand. Eine tetrallophodonte, d. h. mit einem vierlappigen vorletzten Mahlzahn versehene Art ist M. longirostris, welches unsere oberste Stufe, das bei Graz und Weiz beginnende Lehm- und Sandhügelland östlich von der Mur charakterisirt.

Auch ein schöner letzter Mahlzahn von diesem Thiere wurde beim Eisenbahnbau nächst Lassnitz lose gefunden und so wie die oben erwähnten Fundstücke von der Generaldirection der ungarischen Westbahn mit rühmenswerther Bereitwilligkeit Herrn Prof.

Peters für das an der Grazer Universität zu gründende geologische Cabinet überwiesen.

Ein überaus wichtiger Fund hätte im vorigen December bei Luttenberg constatirt und die Ausgrabung in günstigerer Jahreszeit unter persönlicher Leitung des Vortragenden begonnen werden sollen. Wie seiner Zeit gemeldet wurde, stiessen die Arbeiter im Eisenthürer Weingarten der Herren Gebrüder Kleinoschegg beim Rigolen auf riesige Zahn- und Knochenmassen, die im lockeren Schotter ziemlich fest eingekittet waren. Leider hatten sie die Gräben durchgehauen, bevor der Weingarteninspector Herr Kornbichl herzukam und Herr Dr. Rossitsch in Luttenberg von dem Funde Kenntniss erhielt. Der gütigen Bereitwilligkeit des Ersteren und der Herren Besitzer verdankt Professor Peters eine Sendung der aufgelesenen Trümmer, mehrere Centner im Gewicht. Die Zerschmetterung hat aber einen solchen Grad erreicht, dass vom ganzen Skelet, das restaurirt ein Unicum geworden wäre, nur wenige Theile an einander gefügt werden konnten. Die Spitze eines Unterkieferstosszahnes, der vorletzte Mahlzahn und der zweite Halswirbel wurden vorgezeigt. Professor Peters hofft, dass die Ausgrabung im Frühjahre noch unverletzte Stücke des Riesenthieres, das im höchsten Alter am Platze verendet war, zu Tage fördern werde und schliesst nach übersichtlicher Gliederung der steiermärkischen Mitteltärtiärformation seinen Vortrag mit dem Wunsche, dass die in neuester Zeit erfreulich sich mehrenden Fundanzeigen an ihn zu einer Zeit gemacht werden mögen, in der durch sachkundige Intervention wissenschaftliche Schätze vor Zerstörung gerettet werden können.

Versammlung am 24. Februar 1872.

Herr Professor Dr. Leitgeb hielt einen Vortrag über Schmarotzerpflanzen. Es ist eine allgemein bekannte Thatsache, dass es Pflanzen gibt, welche mit ihrer Ernährung auf andere Organismen angewiesen sind, auf diesen, wie man sagt, schmarotzen.

Treten die Schmarotzer auf ihrem Wirthe in grösserer Menge auf, so erzeugen sie in der Regel Krankheitszustände, und bedingen nicht selten sogar den Tod des von ihnen befallenen Organismus.

So wird die Krankheit der Seidenraupe durch einen Pilz hervorgebracht, der sich von aussen in den Leib derselben einbohrt, und diesen endlich vollständig erfüllt. Die Goldfische, die Stubenfliegen sind ähnlichen durch Pilze verursachten Krankheiten ausgesetzt. Bekannt ist es, dass auch die Kartoffelkrankheit, wie die der Weinrebe, auf Schmarotzerpilze zurückzuführen ist. Ja selbst der Mensch und namentlich die Haut desselben dient manchen Schmarotzerpilzen als Substrat, wenn auch deren Beziehungen zu vielen anderen Krankheiten, wie Cholera, Typhus etc. zum Mindesten im höchsten Grade zweifelhaft ist.

In allen oben erwähnten und hundert andern Fällen tritt von Seite des Schmarotzers die rücksichtsloseste Ausbeutung des Wirthes ein, die sich dadurch, dass dieser zu Grunde gerichtet wird, dem Schmarotzer somit die Existenzbedingungen verloren gehen, bis zur Selbstvernichtung desselben steigert.

In der Thier- und Pflanzenwelt finden wir jedoch noch eine andere Art des Schmarotzerthumes. Es steht der Wirth dem Schmarotzer nicht als der zu vernichtende Feind gegenüber, sondern mehr als ein zur Bereitung der Nahrung dienstbar gemachter Sklave, dessen Leben geschont erscheint, ja in gewissem Grade sogar gefördert wird. Im Thierreiche haben wir in dem eigenthümlichen Wechsel-Verhältnisse, dass zwischen manchen Ameisenarten und den Blattläusen besteht, ein schönes Beispiel. (Die letzteren werden nämlich um eines süssen Saftes willen, den sie ausschwitzen, von den Ameisen in deren Bauen gefangen gehalten, aber sorgfältig ernährt und vertreten so die Stelle von Melkkühen). Im Pflanzenreiche finden wir ein ähnliches Wechselverhältniss zwischen gewissen Algen und bestimmten Pilzformen.

An den Rinden der Bäume, an Felsen, auf feuchter Erde und altem Holze führen zahlreiche Repräsentanten des Algengeschlechtes ein reiches, vielgestaltiges Leben.

Bald sind es einzelne grüne Zellchen, die, obwohl einzeln dem unbewaffneten Auge unsichtbar, öfters doch durch Massenanhäufungen als grüner Anflug sichtbar werden; bald sind es fadenförmige Aneinanderreihungen solcher Zellchen, die, schlangenförmig gekrümmte Fäden darstellend, in einer schleimigen, von ihnen selbst abgesonderten Masse eingebettet, an feuchten Stellen. als grünliche Gallerklümpchen erscheinen.

Dadurch, dass jeder einzelnen Zelle fort und fort die

Fähigkeit zukommt, sich zu theilen, vermehrt sich die Individuenanzahl in's Ungeheure. Noch führen sie ein freies, unabhängiges Leben, aber schon hat sich ihr Feind, freilich noch klein und unscheinbar, mitten unter ihnen angesiedelt. Der Same eines Pilzes, kaum grösser als ein Algenzellchen, war, durch den Wind hergeweht, in die Algencolonie gefallen. Nach allen Seiten sind aus dem Samen zarte Fasern hervorgewachsen; schlangenartig umwinden diese die zunächstgelegenen Algenzellchen und aus diesen Nahrung saugend, wachsen sie neugekräftigt weiter, verzweigen sich vielfach und machen sich immer neue Algenzellen dienstbar — bis endlich ein Staat gegründet ist, bestehend aus einem Beherrscher und vielen Sklaven. Wohl bleiben die letzteren lebensthätig, vermehren sich durch fortwährende Theilung sogar sehr rasch; häufig jedoch werden die Individuen späterer Generationen so verändert, dass sie kaum mehr ihren freien Ahnen ähnlich sehen.

Die Sklavenstaaten finden sich nun sehr häufig. Es sind die Flechten, die hier krustenartig den Fels überziehen, oder die Rinde der Bäume bedecken, dort laubartig den Waldboden bekleiden oder winzigen Sträuchern gleich auf den Aesten der Tannen sich angesiedelt haben. Von den Tiefen der Thäler bis in Höhen, wo überhaupt Vegetation noch möglich ist, überall finden wir ihre zahlreichen Repräsentanten — überall begegnen uns diese Zerrbilder eines auch im Leben der Völker nicht fehlenden Helotenthums.

Jeder Durchschnitt durch den Körper einer Flechte zeigt uns bei hinreichender Vergrösserung die beiden ihn zusammensetzenden Formelemente; die grünen Algenzellen und die farblosen Fasern des Pilzes.

Gegen die Peripherie des Flechtenkörpers sind diese Fasern dichter gedrängt, öfters auch verschieden gefärbt und bilden so eine Art Rinde, unter der in einem lockeren Fasergeflecht eingebettet, die Algenzellchen sich vorfinden.

Dieser Bau des Flechtenkörpers ist schon lange bekannt. Man hielt jedoch diese beiden Formelemente als derselben Art angehörig und meinte in den grünen Zellchen einerseits die den Blättern höherer Pflanzen entsprechenden Ernährungsorgane, andererseits „Vermehrungsorgane“ zu erkennen. Zu letzterer Ansicht wurde man durch die Beobachtung geleitet, dass dieselben öfters aus dem Flechtenkörper hervorbrechen, alsbald mit einem

Fasergeflecht umgeben werden, und endlich zu einem neuen Flechtenkörper auswachsen. Diess ist nun auch in der That der Fall. Die austretenden Algenzellchen werden von einer Partie dicht anliegender Pilzfäden begleitet und so sind auch ausserhalb des mütterlichen Flechtenkörpers alle Bedingungen zur Entwicklung eines neuen Flechtenstaates gegeben. So wird die den Pilz ernährende Alge zugleich die Vermittlerin seiner Vermehrung.

Die eigentlichen Samen (Sporen) der Flechten befinden sich in eigenthümlichen Behältern, die entweder schüsselförmig sind und an der Oberfläche des Flechtenkörpers sitzen, oder in denselben eingesenkte, flaschenförmige Säcke darstellen. Sie gehören dem Pilz an und gleichen vollkommen den Fruchtformen anderer Pilze, die auf Blättern, altem Holze u. dgl. allerorts gefunden werden.

In Bezug auf die Gestalt der Flechten haben wir zwei wesentlich verschiedene Typen zu unterscheiden. In dem einen Falle wird die Form durch die Alge bestimmt, der Pilz folgt den von der Alge eingeschlagenen Wachsthumsrichtungen in derselben Weise, wie etwa der Epheu sich am Stamme und den Aesten eines Baumes ausbreitet. In dem anderen, weitaus häufigeren Falle ist die Gestaltung des Flechtenkörpers ausschliesslich dem Pilze übertragen, der denn auch die Hauptmasse desselben ausmacht.

Die im Vorhergehenden ausgesprochenen Ansichten von der Doppelnatur der Flechten haben in letzter Zeit in der Wissenschaft ziemlich allgemein Eingang gefunden, besonders seit es gelungen ist, durch Cultur des bestimmten Pilzes auf der ihm zusagenden Alge, Flechten zu erziehen. Ist diess dermalen freilich erst bei einer Form vom Erfolge begleitet gewesen, so steht doch zu hoffen, dass durch fortgesetzte Versuche auch bei anderen Formen ähnliche günstige Resultate werden erzielt werden.

Versammlung am 23. März 1872.

Professor Dr. Max Buchner sprach über neuere Methoden der Sauerstoffgewinnung und über Larboxygen-Beleuchtung. Das Bedürfniss nach Erzielung intensiver Lichteffecte ist ein so vielseitiges, die in dieser Richtung bisher erhaltenen Resultate aber wenig befriedigend, dass es leicht erklärlich ist, wenn jede neue

Erfindung auf diesem Gebiete lebhaftes Interesse erregt. In den Lichtquellen ersten Ranges muss ohne Zweifel das elektrische Licht gezählt werden, dessen Intensität von keiner anderen erreicht, noch weniger übertroffen wird, die Entwicklung desselben gehört aber aus verschiedenen Gründen nicht nur zu den kostspieligsten Experimenten, es ist die Inbetriebsetzung der Elektromotoren auch eine lästige Arbeit, auch ist bei minder grossartigen Apparaten die Lichtintensität eine sehr schwankende. Die Lichtquellen zweiten Ranges beruhen auf den durch den Verbrennungsprocess entwickelten Wärmemengen u. z. auf der Einwirkung der Verbrennungstemperatur auf ausserhalb der Flamme befindliche feuerbeständige Körper, wie diess beim Drumond'schen Lichte der Fall ist, oder auf der Entwicklung der Weissgluth der in der Flamme befindlichen dichten Dämpfe oder ausgeschiedenen Kohle.

Beide letztere Processe verlangen aber die Hervorbringung der intensivsten Verbrennung, wie selbe nur durch Sauerstoff oder sauerstoffreiche Luft erzielt werden kann. Es ist also erklärlich, dass von der leicht ausführbaren Beschaffung reinen Sauerstoffes oder doch sauerstoffreicher Luft die praktische Durchführung dieser Methoden abhängt. Die älteren Methoden, Sauerstoff in grösserer Menge darzustellen, beruhen auf der Verwendung sauerstoffreicher Mineralien oder chemischer Producte; die Neueren jedoch suchen der Luft theils auf chemischem, theils auf mechanischem Wege den Sauerstoff zu entziehen und diesen sodann wieder abzuscheiden. Wenn man die nicht bewährte Methode von Boussingault übergeht, so bleiben die von Tessié du Motay, deren Wesen auf der Oxydation von Braunstein und Soda oder Aetznatron durch die Luft und darauf folgende Zersetzung durch gespannte Wasserdämpfe beruht, wobei ein Centner der Mischung zwei Cubikmeter (62 österr. Cubikfuss Sauerstoff liefert. Dieser Process kann beliebig oft wiederholt werden, ohne dass die Mischung die Eigenschaft, sich wieder zu oxydiren, verliert. Eine zweite Methode von Mallet gründet sich auf die Sauerstoffaufnahme des Kupferchlorürs an der Luft entweder bei gewöhnlicher Temperatur oder bei 200° unter Mitanwendung von Wasserdampf, wogegen bei 400° der Sauerstoff wieder entweicht. Das zu diesem Processe mehr als 200mal verwendete Kupferchlorür hat sich ebenso brauchbar erwiesen, wie frisch bereitetes. Ein Centner desselben liefert $1^1/_2$ Cubikmeter (46 österr. Cubikfuss).

Mallet ist aber neuerdings zur Sauerstoffgewinnung aus der Luft auf mechanischem Wege übergegangen, indem er die längst bekannte Thatsache, dass Sauerstoff im Wasser löslicher sei als Stickstoff, ausbeutet, ein Verfahren, welches vor 17 Jahren Wagner in Würzburg mit günstigem Erfolge versuchte. Mallet presst Luft bei starkem Drucke durch hohe Cylinder von Eisenblech; es entweicht stickstoffreiche Luft, während 33% sauerstoffhaltige aufgelöst bleibt. Die nun bei Druckverminderung aus dem Wasser entweichende sauerstoffreichere Luft in einen zweiten Cylinder gepresst, wird wieder stickstoffreichere, entweichende und in 17 Proc. sauerstoffhaltige gelöste getrennt; bei Wiederholung dieses Verfahrens im dritten Cylinder wird 61 Proc. sauersoffhaltige, im achten Cylinder 97 Proc. sauerstoffhaltige Luft erhalten. Der nun auf die eine oder andere Art erhaltene Sauerstoff dient zur Hervorbringung des Drumond'schen Lichtes unter Anwendung von Leuchtgas, oder nach Tessié du Motay zur Verbrennung von mit Theeröldämpfen gesättigten Leuchtgases oder nach Philipps zur Verbrennung einer Lösung des kohlenstoffreichen Naphtalin in Petroleum, welche Flüssigkeit von Philipps Carbolin genannt wurde. Um diese Leuchtstoffe mit dem günstigsten Erfolge zu verwenden, sind besondere Einrichtungen an den Brennern erforderlich, bei welchen der Sauerstoff in den centralen Theil der Flamme geleitet wird. Philipp hat eine Art Argandlampe construirt, in deren cylindrischer, sehr russender Flamme 60 Proc. Sauerstoff enthaltende Luft horizontal austritt, wodurch diese in eine sternförmige bläulich-weisse äusserst hellleuchtende verwandelt wird, deren Intensität 80 bis 100 Kerzen Leuchtkraft erreicht. Diese Beleuchtungsart, von dem Erfinder Philipps in Köln Carboxydengaslicht genannt, wird in vielen Fällen das Drumond'sche oder jenes von Tessié ersetzen können. — Es wurde hierauf das Carboxydengaslicht und zum Vergleiche auch das Drumond'sche gezeigt, dann der Einfluss der Dämpfe leuchtender Flüssigkeiten auf die Leuchtkraft des Gases experimental nachgewiesen, endlich um die Entwicklung der hohen Temperatur in mit Sauerstoff angefachter Leuchtgasflamme zu demonstriren, Silber zur Verflüchtigung und Platin zur Schmelzung gebracht.

Versammlung am 6. April 1872.

Herr Gundacker Graf Wurmbrand sprach über prähistorische Menschenansiedelungen, er betonte zuerst den naturwissenschaftlichen Charakter, den nicht nur die eigentliche Anthropologie, sondern auch die archäologischen Forschungen nach der Urgeschichte des Menschen an sich tragen; da sie aus den Thatsachen zur Erkenntniss der Ursachen gelangen wollen, um die natürlichen Entwicklungsgesetze des Menschen zu bestimmen. Um die Objecte seiner, im vorigen Jahre weiter aufgefundenen Pfahlbauten in ihrer Bedeutung und in ihrem Zusammenhange mit diesen Entwicklungsgesetzen besprechen zu können, beleuchtete er vorerst einige wichtige Fragen. Die Fragen über den eigentlichen Ursprung des Menschen und seine erste Verbreitung übergehend, legte er alles Gewicht auf die Fähigkeit des Menschen, sich selbstständig aus dem tiefsten Zustand der rohen Jagdvölker oder der Wilden zu den ackerbautreibenden Naturvölkern und endlich zur Cultur aufzuschwingen. Er hält es für erwiesen, dass einst in allen Ländern der Mensch in einem Zustande lebte, wo er völlig jeder Cultur entbehrte und nur mit den tiefstehenden Völkern, die noch hie und da in Afrika und auf den Inseln des stillen Oceans leben, verglichen werden kann.

In Europa finden sich die Beweise dieser Menschenexistenzen in verschiedenen Höhlen unter diluvialen Ablagerungen. In eine viel spätere Zeit fällt die Bewohnung unseres Erdtheiles mit Naturvölkern, die sich zwar nur der Steinwaffen und Hornwerkzeuge (Knochenwerkzeuge) bedienten, aber doch zum Theil dort, wo sie das flache Land oder Pfahlbauten bewohnten, Viehzucht und Ackerbau trieben. Ein Theil dieser Naturvölker aber lebte auch in dieser Zeit, die man die Steinzeit nennt, als Jägervölker in Höhlen und es fragt sich, ob Uebergänge aus einer Epoche in die andere constatirt werden können und ob es anzunehmen sei, dass sich diese Naturvölker der Steinzeit aus den Wilden der Diluvialzeit selbstständig entwickelt haben.

Dem Vortragenden scheint die Annahme dadurch gerechtfertigt, als zwei wichtige Höhlenfunde aus der Diluvialzeit: der des Dr. Wankel in der Ryciskulahöhle und der des Prof. Dr. Fraas im Hohlefels zum ersten Male auch Topfscherben als Producte

menschlicher Industrie aus dieser Epoche zu Tage förderten, als ferner die Knochenwerkzeuge aus den Pfahlbauten denen der früheren Epochen sehr ähnlich sind und auch der grösste Theil der Naturvölker in allen Continenten diesen Entwicklungsgrad wie es scheint selbstständig erreicht hat.

Die selbstständige Entwicklung zur Cultur ist weit schwieriger festzustellen; erstens, weil die Merkmale, welche man als Naturanfänge bezeichnet, wie der Gebrauch der Metalle, das Bauen mit Steinen, nicht überall zu treffen, und weil andererseits die Sprachforschung und die Racenlehre häufig zu den widersprechendsten Resultaten führen.

Wenn aber auch die Cultur nur aus einer oder aus wenigen Menschenracen entsprungen ist, und diese sie zu den Naturvölkern Amerika's, Afrika's und Europa's getragen hätten, so scheint es doch unzweifelhaft, dass diese Naturvölker sie doch aufzunehmen im Stande waren. Die geringe Bildungsfähigkeit, welche im Allgemeinen die jetzt lebenden Naturvölker gegenüber der ihnen so sehr überlegenen Civilisation zeigen, spricht deshalb nicht gegen die früher ausgesprochene Annahme, weil der Speculationsgeist, die vervollkommneten Mittel des Kampfes jenen Völkern die Zeit zur allmäligen Entwicklung nicht mehr gönnen und man, anstatt zu bilden, Diejenigen vertilgt, deren Selbstständigkeitsgefühl sich dem Eroberer entgegenstellt.

Die Gegenstände aus den Pfahlbauten des Attersee's und des Gmundnersee's, welche der Vortragende nun vorzeigt, gehören alle in die spätere Steinzeit, deren Industrie und Bildungsgrad dadurch ersichtlich werden.

Auch in unseren Ländern bildet das Vorkommen der Bronzewaffen und des Bronzeschmuckes den Anfang einer sich dann rasch verbreitenden und aufstrebenden Cultur.

Ist nun diese Cultur in unseren Ländern aus dem Naturvolk der Steinzeit hervorgegangen? Redner glaubt diess zwar nicht annehmen zu können, wohl aber lässt das Fortbestehen der Pfahlbauten bis in die Eisenzeit, das Beibehalten der steinernen primitiven Waffen und gewisse Verzierungstypen auf den Töpfen darauf schliessen, dass diese autochtonen Naturvölker mit den bronzeführenden Einwanderern fortlebten und die Cultur allmälig angenommen haben.

Monatsversammlung vom 27. April 1872.

Herr Professor Friesach hielt den angekündigten Vortrag über Zeitrechnung und Zeitbestimmung. Nach einer kurzen Entwicklung der der Zeitbestimmung zu Grunde liegenden astronomischen Begriffe, wurden die bei den verschiedenen Culturvölkern üblichen Arten der Zeitrechnung besprochen und die Einrichtung des gregorianischen Kalenders eingehend erörtert. Hierauf wurden die gebräuchlichsten Methoden der Zeitbestimmung sowie die dabei in Anwendung kommenden älteren und neueren Apparate erklärt. Als zweckmässigster Apparat zur genauen Zeitbestimmung wurde das Mittagsrohr oder Passageinstrument angeführt und dessen Rectification und Gebrauch an einem vorgelegten Modelle erläutert. Schliesslich erbot sich der Vortragende, welcher, im Besitze eines Passageinstrumentes und eines verlässlichen Chronometers, über die Zeit immer genau unterrichtet ist, die Schlossberguhr durch an bestimmten Tagen zu gebende Signale mit der mittleren Grazer Zeit in bleibender Uebereinstimmung zu erhalten.

Der Präsident dankt hierauf dem Vortragenden und erklärte dass der Verein wegen Durchführung der Richtigstellung der Schlossberguhr mit dem steierm. Landesausschusse in Verhandlung treten werde.

Jahresversammlung am 25. Mai 1872.

Der Präsident Professor Dr. Rollett eröffnete die Versammlung mit der Aufforderung an die Mitglieder, die Neuwahl der Vereinsdirection vorzunehmen, und ergab die hierauf angeleitete Wahl folgendes Resultat:

Präsident: Herr Professor Dr. Friesach. Vicepräsidenten: Die Herren Professor Dr. Töpler und Professor Pöschl. Sekretär: Prof. M. Buchner. Rechnungsführer: Herr Ingenieur Dorfmeister. Directionsmitglieder die Herren: Prof. Dr. Eichler, Prof. Dr. v. Peball, Prof. Dr. Graber und Adjunkt Rumpf. Hierauf erstattete der Rechnungsführer des Vereines G. Dorfmeister den Rechnungsbericht für 1871/72 siehe Seite XXVIII. Nun hielt der Präsident Prof. Dr. Rollett eine Ansprache verbunden mit einem Vortrage über die Bedeutung des mikroscopischen Baues des menschlichen Körpers. Zum Schlusse macht der Präsident

der Versammlung den Vorschlag das vieljährige verdiente Vereinsmitglied und einstmaligen Präsidenten Prof. Dr. Oscar Schmid in Strassburg zum Ehrenmitgliede, und den Bürgermeister von Marburg Herrn Dr. Mathäus Reiser, welcher sich um den Verein in hervorragender Weise verdient gemacht, zum correspondirenden Mitgliede zu ernennen, welcher Vorschlag einstimmig und mit Applaus angenommen wurde.

Geschäftsbericht

für das Vereinsjahr 1871/72.

Ein Rückblick auf die Thätigkeit des naturwissenschaftlichen Vereines im verflossenen Jahre gestattet es auszusprechen, dass in demselben der Verein in seinem Wirken keineswegs zurückgeblieben, sondern im steten Fortschreiten begriffen war. So stieg die Zahl der abgehaltenen wissenschaftlichen Vorträge von 7 des Vorjahres auf 10 und es betheiligten sich daran die Herren: Schmidt aus Dresden, die Professoren Dr. Rollet, Dr. Eichler, Dr. Graber, Dr. Peters, Dr. Leitgeb, Dr. Buchner Graf Wurmbrand und Prof. Dr. Friesach. Die Umwandlung der Sitzungen der beantragten Fachsectionen in Referirabende war vom schönsten Erfolge begleitet, indem viel wissenschaftlich Interessantes geboten wurde, dem streng wissenschaftlichen Charakter derselben entsprechend war der Zuhörerkreis ein beschränkter. Ausser den acht Monatsversammlungen der Jahresversammlung und zwölf Directionssitzungen fand ein Ausflug nach Marburg statt, der wenn er auch nicht eine sehr zahlreiche Betheiligung von Seite der Mitglieder fand, von allen Theilnehmern jedoch als ein äusserst gelungener und ungemein anregender bezeichnet werden musste.

Der hohe steierm. Landtag hat in Würdigung der ersprieslichen Thätigkeit des Vereines demselben eine Subvention von 300 fl. für das Jahr 1872 bewilligt. Ausserdem hatte sich der Verein zahlreicher Geschenke zu erfreuen, welche demselben von vielen Seiten zugekommen. Dankend erwähnt der Verein des hochgebornen Grafen Ferdinand Attems, des Herrn Oberingenieurs

Liebich in Lietzen, des Herrn Ingenieurs Dorfmeister und vieler Anderer, die theils durch zoologische oder botanische Objecte, theils durch Druckschriften dem Vereine sich als Gönner erwiesen. Die meisten dieser Objecte wurden bereits zum Theile dem Landesmuseum am Joanneum, zum Theile der landschaftlichen Oberrealschule und der Lehrerinbildungsanstalt überlassen. Wie immer hat auch im verflossenen Vereinsjahre die k. k. pr. Südbahngesellschaft und die k. k. priv. Kronprinz-Rudolfbahn die Vereinszwecke mit grösster Liberalität durch Ertheilung von Freikarten und Fahrpreisermässigungen in wesentlicher Weise gefördert, wofür der Verein sich zum Danke verpflichtet fühlt. Einem Beschlusse der Vereinsdirection zu Folge erscheinen die Mittheilungen des naturwissenschaftlichen Vereines für Steiermark, von nun an nach Jahrgängen geordnet, und ist mit dem Jahrgange 1872 diese Bezeichnung eingeführt. Er enthält . . . . . Abhandlungen, eine botanische von Professor Dr. Leitgeb, eine mathematische von Prof. Dr. Friesach, eine zoologische von stud. philosoph. J. Chadima, eine chemisch. mineralogische von Dr. Untschj, einen Bericht über eine botanische Exkursion nach Istrien von F. Graf und eine mathematische von Professor Dr. Toepler.

Am Schlusse des Vereinsjahres endlich hat sich der Verein an den hochlöblichen steiermärkischen Landesausschuss gewendet, um die Richtigstellung der Schlossbergubr nach mittlerer Grazerzeit zu veranlassen, da Herr Prof. Dr. C. Friesach sich bereit erklärte, die Zeitbestimmungen auszuführen und den wahren Mittag zu signalisiren. Der Verein zählt gegenwärtig 520 Mitglieder, darunter 9 Ehren-, 19 correspondirende und 492 ordentliche Mitglieder, der Verein hat zu beklagen den Tod von drei Ehrenmitgliedern, des Prof. Dr. Kner in Wien, des Prof. Dr. Mohl in Tübingen und des Dr. Neilreich in Wien, eines correspondirenden und von 11 ordentlichen Mitgliedern. Wegen allzugrosser Entfernung ihres gegenwärtigen Domizils sind mehrere frühere Mitglieder aus dem Vereine geschieden. — Dermalen ist der Verein mit Gesellschaften, Vereinen und wissenschaftlichen Corporationen im Verkehre, mit welchen auch ein Schriftenaustausch stattfindet. Die Wahl des Prof. Dr. Oscar Schmidt zum Ehrenmitgliede und des Dr. Reiser zum correspondirenden Mitgliede ist schon im Berichte über die Jahresversammlung erwähnt.

Abhandlungen.

Zur

Morphologie der Metzgeria furcata.

Von **H. Leitgeb.**

Mit 2 Tafeln.

Die vegetative Entwicklung dieses Lebermooses wurde schon zu wiederholten Malen, zuletzt und am genauesten von Kny*) beschrieben. Die Theilungen der Scheitelzelle und Segmente, die Differenzirung der Mittelrippe und die Anlage der Endverzweigungen sind dadurch auf das Genaueste bekannt geworden, und ich weiss in Bezug auf diese Verhältnisse nichts Wesentliches hinzuzufügen.

Minder vollständig sind unsere Kenntnisse bezüglich der reproduktiven Entwicklung. Man weiss wohl, dass sich beide Arten von Geschlechtsorganen auf verschiedenen Individuen ausbilden; ferner, dass Antheridien und Archegonien ziemlich weit unterhalb des Stengelendes an der Unterseite und seitlich an der Mittelrippe in Gruppen beisammen stehen, und dass jede solche Gruppe von einem kappenförmigen Gebilde, das als „Blatt" bezeichnet wird, eingehüllt erscheint. Aber schon in Bezug auf das gröbere anatomische Detail finden wir in den Angaben wesentliche Unterschiede. So sagt Hofmeister**), dass sich in der Achsel jedes dieser kappenförmigen Blätter ein Zweig entwickelt, „doch nicht weiter, als bis zum flachen Polster, auf dessen Oberfläche dann entweder Antheridien oder Archegonien entstehen."

Wesentlich verschieden lauten die Angaben Nees's v. Esenbeck. ***) Die Antheridien sitzen nach ihm unmittelbar an der

*) Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der laubigen Lebermoose in Pringsheim's Jahrb. f. wiss. Bot. B. IV.

**) Vergleichende Untersuchungen etc. pag. 23.

***) Naturgeschichte der europ. Lebermoose, B. III pag. 483.

inneren Fläche der blasig aufgetriebenen Hülle, die Archegonien am Grunde derselben auf ihrer verdickten Anheftungsstelle.

Diese Widersprüche rechtfertigten eine genauere Untersuchung. Namentlich war die morphologische Natur des „Hüllblattes" (der Hülle) festzustellen. Sollte dies Gebilde in der That als Blatt zu deuten sein? Sollte eine Pflanze, die in so eminentem Sinne in ihrer ganzen vegetativen Entwicklung blattlos ist, bei der Bildung der Geschlechtsorgane ein neues, ganz verschiedenes morphologisches Glied einschalten? Und wenn dies der Fall, — sollte die Blattbildung, die sonst ja ausschliesslich an die Vegetationsspitze gebunden ist, gerade hier an älteren Gewebetheilen beginnen; sollte die innige Beziehung derselben zu den Segmenten, die ausnahmslos bei allen Laub- und Lebermoosen vorhanden ist, gerade hier nicht vorhanden sein? Dann — sind die Geschlechtsorgane, wie Hofmeister meint, Produkte eigener, in der Achsel der Hüllblätter sich entwickelnder Sprosse, oder sind sie in der That Erzeugnisse der Hüllen? Und welche morphologische Bedeutung haben sie in dem einen oder anderen Falle?

Nachfolgende Zeilen bezwecken vor Allem die Lösung dieser Fragen, und es werden daher anderweitige Ergebnisse der Untersuchung nur nebenbei Erwähnung finden.

Die die Geschlechtsorgane bergenden Hüllen (Hüllblätter der Autoren) stehen an der Unterseite des Laubes rechts und links an der Mittelrippe. Männliche wie weibliche Hüllen bestehen aus einer von einer mehr oder weniger deutlich erkennbaren Mittelrippe durchzogenen Zellfläche,*) die sehr stark gegen die sie tragende Frons concav gekrümmt ist. Sie sind mit schmaler, dem Grunde der Mittelrippe entsprechender Basis inserirt, und hängen gewissermassen nur durch diese mit dem Tragsprosse zusammen, während die einschichtige Laubfläche rechts und links der Mittelrippe vollkommen frei ist. Die Richtung des Verlaufes der Mittelrippe soll im Folgenden als die Längsachse der Hülle, deren Insertionsstelle als der Grund, die Stelle, wo die Mittelrippe am freien Rande endet, als die Spitze der Hülle bezeichnet werden.

Die männlichen Hüllen finden sich in zwei verschiedenen Grössen vor. In der kleineren Form erscheinen sie fast kugelig

*) Schon Nees v. Esenbeck sagt: „Ihre Textur ist die des Laubes." l. . pag. 483.

(Fig. 1), indem sich die Ränder bis auf eine kleine spaltenförmige, auf die Längsachse der Hülle senkrecht gestellte Oeffnung ringsum einander nähern (Fig. 5). Die Mittelrippe ist an der convexen Seite deutlich hervortretend und besteht, von der Fläche gesehen, aus zwei Zellreihen, an denen man alternirend zweizeilig gestellte Haarpapillen ganz in derselben Lagerung und Ausbildung beobachtet, wie an der Unterseite eines Thalluszweiges zunächst der Vegetationsspitze.*) Bei der grösseren Form überwiegt der Querdurchmesser der Hülle, die längs des Verlaufes der Mittelrippe etwas eingeschnürt erscheint, wodurch sich die Seitentheile als kugelige, aneinandergewachsene Blasen darstellen. Die Ränder erscheinen dabei häufig noch mehr genähert, und die Querspalte durch einen an der Spitze (dem vorderen Ende der Mittelrippe) vortretenden Lappen fast geschlossen. Der Hohlraum der Hülle erscheint in beiden Fällen mit Antheridien (ich zählte bis zu 10), die verschiedene Entwicklungsstadien zeigen, erfüllt.

Diese beiden Formen sind durch mannigfache Uebergänge mit einander verbunden und unterscheiden sich eigentlich nur dadurch von einander, dass bei der ersteren Form sich die Mittelrippe gegenüber den beiden Seitentheilen stärker ausgebildet hatte, während bei der zweiten sich die Seitentheile mächtiger entwickelt haben.

Die weiblichen Hüllen sind weniger gekrümmt als die männlichen, und dies fast nur der Länge nach, so dass die Mittelrippe, die hier oft sehr undeutlich ist, nur wenig gebogen erscheint, während sie sich dort oft bis auf drei Viertel eines Kreises schliesst. Am vorderen Rande erscheinen sie in der Jugend quer abgestutzt (Fig. 8); später werden sie tief zweispaltig (Fig. 9). Während bei den männlichen Hüllen die Haarbildung nur auf die Mittelrippe beschränkt ist, wachsen an den älteren weiblichen Hüllen die Randzellen und auch viele Zellen der convexen Oberfläche zu langen Borsten aus, und es erhält so die Hülle von Aussen gesehen ein stacheliges Aussehen. Die Archegonien, obwohl vollkommen in den Hüllen liegend, werden wegen der geringeren Krümmung derselben nur unvollkommen bedeckt. Auch sie sind immer in grösserer Anzahl vorhanden und zeigen verschiedene Grade der Entwicklung (Fig. 9).

*) Man vergleiche Kny l. c. pag. 81 und Tafel V Fig 2.

Beide Arten von Geschlechtsorganen bleiben in ihrer Lage unverändert, und in den sie deckenden Hüllen eingeschlossen, wenn man diese von der sie tragenden Mittelrippe des Laubes losreisst, eine Operation, die sich bei dem Umstande, als die Hüllen gewissermassen nur mit ihrer Mittelrippe festsitzen, bei einiger Vorsicht ohne weitere Verletzung derselben ganz leicht ausführen lässt. Es ergibt sich schon daraus, dass die Geschlechtsorgane unmittelbar an der Hülle selbst befestigt sein müssen. Dies ist denn auch in der That der Fall. Namentlich an losgerissenen männlichen Hüllen kann man sich durch die nach allen Seiten leicht zu bewerkstelligende Drehung derselben leicht überzeugen, dass die Antheridien an der Mittelrippe, längs deren ganzen Verlaufe, festsitzen. Die Mittelrippe ist auch an dieser Seite (der concaven) etwas vorspringend, und besteht ebenfalls aus zwei Zellreihen, an denen die Antheridien ganz in derselben Weise alternirend zweizeilig gestellt sind, wie an der convexen Seite die Haare. Dabei stehen zunächst der Insertion der Hülle die ältesten und immer höher hinauf auch successiv jüngere Antheridien; ein Umstand, der, zusammengehalten mit der Thatsache, dass auch die an der convexen Seite an der Mittelrippe auftretenden Haare ganz in derselben Weise eine akropetale Entstehungsfolge anzeigen, auf ein Spitzenwachsthum der Hülle hinweist. Und in der That überzeugt man sich durch ein entsprechendes Drehen der Hülle leicht, dass in der Fortsetzung der Mittelrippe am vorderen Rande eine Scheitelzelle vorhanden ist, deren Theilungsweise den an vegetativen Laubachsen bekannten Modus wiederholt (Fig. 4 und 7).

Auch die Theilungen in den Segmenten stimmen mit den an vegetativen Laubachsen zu beobachtenden überein; namentlich wird aus ihnen ganz in derselben Weise der Mittelnerv angelegt.*)

Wir haben also in der Hülle ein Gebilde vor uns, das in Wachsthum und Bau vollkommen mit einer gewöhnlichen Laubachse übereinstimmt, und wir werden um so weniger Anstand nehmen, dasselbe als mit dieser morphologisch gleichwerthig zu betrachten, als wir ja häufig genug an derselben Frons mit diesen Hüllen untermischt und ganz dieselbe Insertion an der Mittelrippe zeigend, auch in der That rein vegetative Sprosse beobachten.

*) Man vergl. Kny pag. 69.

Diese als Hüllen (auch Hüllblätter) bezeichneten reproductiven Thallussprosse unterscheiden sich also von den übrigen an der Mittelrippe entspringenden Adventivsprossen nur durch ihre eigenthümliche Form, und es entspricht die Aussenseite (die convexe) der Bauchseite, die concave dagegen, die die innere Oberfläche des hohlkugeligen Gebildes darstellt, der Rückenseite eines Thallussprosses.

Die Richtigkeit dieser Deutung wird nun noch durch die Thatsache bestätigt, dass man bei sorgfältiger Durchmusterung der aus der Mittelrippe des Laubes hervortretenden Adventivsprosse häufig genug auch solche findet, die in der That an ihrer Rückenseite Antheridienanlagen zeigen (Fig. 10). Dabei kann es geschehen, dass sie selbst wieder aus ihrer Mittelrippe sprossen und entweder zu Hüllen metamorphosirte oder normal gebaute vegetative Sprosse entwickeln.

Nees v. Esenbeck (l. c, pag. 483) gibt an, dass die männlichen Hüllen selbst wieder zu einem vegetativen Sprosse auswachsen können. Ich habe diesen Fall, der immerhin möglich ist, nicht beobachtet. Nur einmal ist mir eine männliche Hülle vorgekommen, deren Bau darauf hinzudeuten schien, dass die einmal unterbrochene Vegetationsthätigkeit in der Scheitelzelle der Hülle später wieder beginnen kann. An dem vorderen Rande einer etwas weniger stark gekrümmten Hülle war nämlich eine zweite vollkommen ausgebildete aufgewachsen. In dieser waren die Antheridien erst halb entwickelt, während sie in jener schon abgestorben waren. Es kann dies nur so erklärt werden, dass nach fast vollendeter Bildung der Hülle die Scheitelzelle derselben sich neuerdings zu theilen begann und so die abermalige Bildung einer Hülle (an der Spitze der ersteren) ermöglichte.

Die Krümmung des Hüllsprosses wird durch ein eigenthümliches Wachsthum der Segmente bedingt. An vegetativen Achsen wächst die Rücken- und Bauchseite des Sprosses gleich stark in die Länge. Hier hingegen überwiegt das Wachsthum an der Bauchseite weit aus; diese wird dadurch convex, die Rückenfläche concav gekrümmt. Mit diesem stärkeren Wachsthum der Bauchseite steht auch eine, von dem entsprechenden Vorgange an vegetativen Achsen etwas abweichende Ausbildung der Mittelnerven im Zusammenhange. Hier wie dort besteht die Mittelrippe ihrer Anlage nach aus zwei Zellreihen, die den durch die erste Theilungswand

der Segmente grundwärts abgeschnittenen Zellen entsprechen.*) Durch tangentale Theilungen dieser Zellen wird der Mittelnerv mehrschichtig. An vegetativen Sprossen werden durch die ersten tangentalen Theilungen die oberflächlich gelegenen Zellen der Rückenfläche abgeschnitten, die sich nicht mehr tangental theilen. Die weiteren tangentalen Theilungen geschehen nur mehr in den bauchständigen Zellen.**) Bei der Bildung des mehrschichtigen Mittelnerves der Hülle findet das Umgekehrte statt; es werden durch die ersten tangentalen Theilungen die Aussenzellen der Bauchseite abgeschnitten; die weiteren Theilungen geschehen in den rückenständigen Zellen.

Auch das Breitenwachsthum der Segmente zeigt bemerkenswerthe Eigenthümlichkeiten. An vegetativen Achsen wachsen dieselben anfangs am Rande am stärksten in die Breite; die Hauptwände eines Segmentes, unmittelbar nach der Entstehung desselben unter sich parallel, convergiren später gegen die Mittelrippe. An den (männlichen) Hüllen wachsen dieselben am Rande nur wenig in die Breite; die Hauptwände divergiren daher gegen die Mittelrippe. Damit steht auch im Zusammenhange, dass die der Längsachse des Segmentes parallelen und auf der Frons senkrecht stehenden Wände in den Randzellen ganz unterbleiben***) und dafür nur dem Rande parallele oder etwas schief gestellte Theilungen auftreten (Fig. 4 und 7).

---

*) Es sind dies die „ersten Flächenzellen" Kny's. $M^1 = M^2 +$, P^1. Man vergleiche l. c. pag. 69.

**) So fand es auch Hofmeister (l. c. pag. 22). Kny (l. c. pag. 70) dagegen behauptet, dass jede der durch die ersten tangentalen Theilungen gebildeten Aussenzellen sich wieder theilen könne: Wäre dies normal der Fall, so müsste allerdings der Mittelnerv, wie es auch Kny angibt, seiner ganzen Breite nach aus 4 Zellschichten bestehen. An schmächtigen Sprossen ist dies jedoch nur höchst selten der Fall. Der Mittelnerv besteht, sowie in Fig. 13 und 15 ersichtlich, nur in seiner Mitte aus 4 Zellschichten, seitlich nur aus 3 (vergl. Fig. 19). Es ist kein Zweifel, dass nach Bildung der ersten Tangentalwände, die die rückenständigen Aussenzellen abschnitten, durch die zweiten Tangentalwände die bauchständigen Aussenzellen abgeschnitten werden, und dass die weiteren Theilungen nur mehr in den Innenzellen stattfinden, wenn nicht mit der Bildung der drei Zellschichten die Tangentaltheilungen im Mittelnerven überhaupt schon beendet sind (vergl. Fig. 19).

***) Kny (l. c. pag. 69) bemerkt, dass beide Theilungsweisen auch an vegetativen Achsen vorkommen. Von dem Verhältniss, in welchem im weiteren Verlaufe der Entwicklung beide Theilungsarten mit einander ab-

Die Antheridien sind, wie schon erwähnt, längs des Verlaufes der Mittelrippe inserirt und entstehen durch Auswachsen der dort gelegenen Aussenzellen. Sie sind also den an der Bauchseite stehenden keulenförmigen Haaren morphologisch gleichwerthig. *)

Die männlichen Hüllen finden sich an allen Arten vegetativer Sprosse in grosser Anzahl und rücken ziemlich weit gegen die Spitze derselben vor.

Viel seltener findet man die weiblichen Hüllen. Ich beobachtete sie immer nur an den stärkeren Sprossen, und stets viel weiter von der Spitze entfernt. Es fehlte mir an Material, um dieselben so genau wie die männlichen studieren zu können; doch ist so viel unzweifelhaft, dass das Wachsthum der Hüllen im Allgemeinen in derselben Weise wie dort stattfindet; ferner, dass die Archegonien ebenfalls an der Mittelrippe, successive vom Grunde gegen die Spitze derselben fortschreitend entstehen; dass jene also metamorphosirte Sprosse diese metamorphosirte Trichome sind.

Antheridien wie Archegonien entwickeln sich genau in derselben Weise, wie ich es für Radula **) beschrieben habe. Eigenthümlich ist die plumpe Form der Archegonien (Fig. 9), indem sich dieselben in ihrem Halstheile kaum merklich verschmälern.

Die Hüllen lassen sich, wie schon erwähnt, sehr leicht von der sie tragenden Mittelrippe losreissen. Untersucht man nun, nachdem dies geschehen, die Insertionsstelle, so sieht man deutlich, dass hier die Aussenwand einer Aussenzelle fehlt Die an diese ringsum anstossenden Zellen sind vollkommen unverletzt und zeigen meist auch keine secundären Theilungen; von der Bildung eines Höckers, welcher im Sinne Hofmeisters als Tragspross

---

wechseln, hängt zum grössten Theile das habituelle Aussehen der Pflanze ab. Erfolgen die Theilungen häufiger in der Weise, dass aus einer Randzelle sich zwei nebeneinander liegende Randzellen bilden, so dehnt sich der Rand auf Kosten des axilen Theiles beträchtlich aus und erhebt sich zu beiden Seiten über die Scheitelzelle, die dadurch in eine Einbuchtung zu liegen kommt. Zerfällt jedoch die Randzelle häufiger in eine Rand- und eine Flächenzelle, so nimmt die Scheitelzelle ihren Platz am vordersten Ende des Sprosses ein.

*) Bei Metzgeria finden wir an vegetativen Laubachsen an deren Rückenfläche normal keine Haarbildung. Wohl aber ist dies bei Pellia der Fall (Kny l. c. pag. 92 und Taf. VII Fig. 7).

**) Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. LXIII.

der Geschlechtsorgane aufzufassen sei, ist keine Spur wahrzunehmen. An Querschnitten durch die Insertionsstelle sieht man vollkommen deutlich, dass n u r diese Aussenzelle und nicht auch Innenzellen des Mittelnerven zur Bildung des Hüllsprosses verwendet werden. (Fig. 19.) Nicht selten gewahrt man noch die durchrissene Membram der Mutterzelle (Fig. 17). Das jüngste Stadium, das ich beobachten konnte, ist in Fig. 11 dargestellt: der junge Hüllspross zeigt deutlich die Art seines Spitzenwachsthums durch eine zweischneidige Scheitelzelle, auch zeigt sich schon seine beginnende Krümmung. Weiters erkennt man, dass er aus einer Aussenzelle seinen Ursprung nahm. Es ist dies die über dem Haare h gelegene Zelle, doch nicht in ihrer ganzen longitudinalen Erstreckung, sondern nur in ihrer dem Haare näher gelegenen Hälfte, die, wie es bei tieferer Einstellung vollkommen deutlich sichtbar war, durch eine Vertikalwand in der Mitte getheilt war. Die diese Mutterzelle des jungen Sprosses umgebenden Zellen erscheinen vollkommen unbetheiligt.

Ganz dieselben Verhältnisse zeigen bezüglich der Insertion auch manche, namentlich schmächtige vegetative Sprosse, und es kann keinem Zweifel unterliegen, dass diese mit den Hüllsprossen auch in ihrer Anlage vollkommen übereinstimmen.

Ausser diesen Sprossen findet sich aber an der Mittelrippe noch eine zweite Art, die nicht aus Aussenzellen ihren Ursprung nehmen, sondern endogener Entstehung sind. Es sind dies die meisten kräftigeren vegetativen Sprosse, und man erkennt diesen ihren endogenen Ursprung leicht an der scheidenartigen Umhüllung ihres Grundes durch die ringsum wallartig aufgestellten Aussenzellen der Mittelrippe. Auch der Querschnitt zeigt deutlich den Ursprung dieser Sprosse aus Innenzellen (Fig. 18), und es lässt sich bei Vergleichung aller ähnlichen Schnitte mit den grund- und spitzenwärts benachbarten, der Ursprung des Sprosses ausnahmslos auf eine unmittelbar unter der oberflächlichen Zellschicht gelegene Innenzelle zurückführen.

Diese endogenen Sprossanlagen werden schon, bevor sie die oberflächlich gelegene Zellschicht durchbrechen, bei Betrachtung der unverletzten Mittelrippe leicht daran erkennbar, dass diese an der betreffenden Stelle höckerartig aufgetrieben ist, und dass hier die Aussenzellen vielfach getheilt erscheinen. In Fig. 12 ist ein solcher Höcker in Oberflächenansicht abgebildet. Von demselben

grund- und spitzenwärts besteht die Mittelrippe aus zwei Längsreihen von Aussenzellen. Der Höcker erhebt sich zum grossen Theile über der rechts gelegenen Zellenreihe, an der auch die Zellen viel öfter getheilt erscheinen, als an der links gelegenen. Fig. 13 stellt den Querschnitt desselben Präparates in der Höhe des Haares h vom Grunde (von der Höckerseite aus) gesehen dar. Aus der Lagerung der Innenzellen lässt sich noch leicht das Theilungsschema eruiren: Die zwischen den Zellen 2 und 3 einerseits und 4 und 6 anderseits verlaufende Wand, deren Fortsetzung sich auch durch die Aussenzellschichten verfolgen lässt (Wd. b e), ist die Wand, in welcher die beiden rechs und links gelegenen Segmente aneinanderstossen. a b d e ist die eine, b c e f die andere der beiden Mutterzellen des Mittelnerven (erste Flächenzellen K n y's). Aus jeder derselben bildet sich nun zuerst die rückenständige, später die bauchständige Aussenzelle. Jede der so gebildeten Innenzellen zerfiel nun in drei Zellen, einerseits in die Zellen 1, 2, 3, anderseits in die Zellen 4, 5, 6. Die Zelle 6 ist etwas grösser als die übrigen Innenzellen, die mit ihr demselben Segmente angehörige Aussenzelle (deren Aussenwand b c ist) erscheint in 4 Zellen getheilt. (Man vergleiche Fig. 12.) Fig. 14 zeigt den Querschnitt in der Höhe des Haares h, ebenfalls vom Grunde gesehen. Die Zelle 6 ist bedeutend vergrössert (es waren in ihr auch schon Theilungen wahrzunehmen, die aber so undeutlich waren, dass ich es vorzog, sie in der Zeichnung wegzulassen). Fig. 15 ist ein noch weiter grundwärts (unter dem Haare h_3) geführter Querschnitt. Die Zelle 6 erscheint wieder in normaler Grösse. Die Zelle 6 der Fig. 14 ist also die Sprossmutterzelle, und zahlreiche Beobachtungen haben mich überzeugt, dass es ausnahmslos Zellen der den Zellen 2 und 6 entsprechenden Zellenreihen sind, welche zu Sprossmutterzellen werden können. (Man vergleiche Fig. 18.) Da die Innenzellen bedeutend länger sind als die über ihnen liegenden Aussenzellen*), die Sprossmutterzellen aber, die man an ihrem Inhalte auch durch die unverletzte Mittelrippe hindurch erkennen kann, nur wenig länger als breit erscheinen, so ist es sicher, dass nicht eine ganze Innenzelle, sondern nur ein Theil derselben, der sich durch Querwände von dieser abgliedert, zur Sprossmutterzelle wird.

*) Man vergl. Kny l. c. pag. 70.

Wenn die Sprossanlage eine gewisse Grösse erreicht hat, durchbricht sie die über ihr liegende Schicht von Aussenzellen, in denen nach Massgabe des sich vergrössernden Höckers vertikale Theilungen stattfinden.

Die Durchbrechung der oberflächlich gelegenen Zellschichte geschieht jedoch nicht durch Zerreissen der Zellen, sondern in der Weise, dass sich die Zellen aus ihrem Verbande lösen und dann in lappenartigen Parthien emporgehoben und zurückgeschlagen werden.

Zustände, die den in Fig. 16 abgebildeten entsprechen, sind nicht selten aufzufinden, und schon die Betrachtung solcher Objecte lässt keinen Zweifel über den endogenen Ursprung dieser Sprossanlagen aufkommen.

Es war mir nun von Wichtigkeit, zu erforschen, ob diese endogen entstandenen Sprosse ausschliesslich zu vegetativen Achsen heranwachsen oder ob sie sich, ähnlich den aus Aussenzellen entstandenen, auch als reproductive Hüllsprosse ausbilden können.

Die zahlreichen diesbezüglichen Untersuchungen zeigten, dass weitaus die grösste Mehrzahl der Hüllsprosse sich aus Aussenzellen bildet, während der grösste Theil der aus der Mittelrippe entstehenden vegetativen Sprosse (die aber, wie oben erwähnt, reproductive Sprosse produciren können) endogenen Ursprunges ist. Dass das letztere nicht ausnahmslos der Fall ist, wurde schon oben erwähnt. Anderseits schien mir die Insertion mancher Hüllsprosse auf deren endogene Entstehung hinzudeuten. Gewiss ist es und ich beobachtete es häufig genug, dass Sprosse zweifellos endogenen Ursprunges, auch ohne dass sie die eigenthümliche Form der Hüllsprosse annehmen, an ihrer Rückenseite Antheridien produciren, und ich habe einen solchen, noch ganz jungen Spross, bei dem ich mich genau über seinen endogenen Ursprung überzeugte, und der an seiner Rückenseite zwei Antheridienanlagen ausgebildet hatte, in Fig. 10 abgebildet. Es scheint somit, dass die spätere physiologische Function der aus der Mittelrippe entspringenden Sprosse nicht schon durch ihre Anlage bestimmt wird und von dieser unabhängig ist, und dass sowohl die endogen entstehenden, als auch die aus Aussenzellen ihren Ursprung nehmenden sich ebensowohl reproductiv, als rein vegetativ entwickeln können.

Mit der Feststellung der Thatsache, dass die Geschlechtshüllen von Metzgeria den Laubsprossen der Pflanze morphologisch gleichwerthig sind, und dass die Geschlechtsorgane an der concaven Rückenseite des Sprosses nahe dessen Scheitel sich bilden, wird die nahe Verwandtschaft dieses Lebermooses mit den Gattungen Aneura und Pellia auch bezüglich dieser Verhältnisse nachgewiesen. Auch in Bezug auf den Umstand, dass die Geschlechtssprosse an älteren Gewebetheilen als Adventivbildungen auftreten, steht Metzgeria nicht allein da, indem dies, wie ich es an einem anderen Orte mitgetheilt habe, auch bei einer grossen Zahl beblätterter Jungermanieen der Fall ist.

Erklärung der Tafeln.

Sämmtliche Figuren sind mit der Cam. luc. entworfen. Die Vergrösserung beträgt bei allen 350.

Tafel I.

Fig. 1—6.

Eine männliche Hülle der kleineren Form in verschiedenen Ansichten. Die Zahlen 1—5 geben die genetische Folge der an der Mittelrippe stehenden Haarpapillen an.

Fig. 1. Die Hülle in normaler Lage, den Tragspross in Bauchansicht betrachtet. Man sieht auf die convexe Oberfläche der Hülle.

Fig. 2. Bei gleicher Lage im mittleren Durchschnitt. Man sieht oben und unten den 3schichtigen und vorspringenden Mittelnerv, mit einem daran inserirten Antheridium. In dieser Hülle war überhaupt nur dies eine Antheridium zu beobachten.

Fig. 3. Optischer Längsschnitt senkrecht auf die Fläche, durch den Mittelnerv gehend.

Fig. 4. Vorderer Rand der Hülle in Flächenansicht. Es sind nebst der Scheitelzelle nur je zwei der rechts und links anliegenden Segmente gezeichnet. Die Wände in den älteren Segmenten waren in Folge der starken Krümmung der Oberfläche nicht mehr deutlich sichtbar.

Fig. 5. Ansicht auf die Innenfläche der Hülle. Das Präparat erscheint gegen Fig. 1 um 180° und um die Längsachse (Mittelrippe) gedreht.

Fig. 6. Durchschnitt senkrecht auf die Fläche, in der Höhe des Haares 4.

Fig. 7. Vorderer Rand einer anderen männlichen Hülle.

Fig. 8. Junge weibliche Hülle mit Archegonien (deren Zellennetz blieb ungezeichnet). Von innen gesehen. h: durchschnittene Haarpapillen der (convexen) Bauchseite des Hüllsprosses.

Fig. 9. Eine etwas ältere weibliche Hülle in gleicher Ansicht. Das älteste Archegonium erscheint geöffnet.

Fig. 10. Junger Adventivspross in Rückenansicht mit 2 Antheridien-Anlagen (A). Der Spross war endogenen Ursprunges (vergleiche Fig. 16). h: Durchschnittene, über die Scheitelfläche herübergekrümmte Haarpapillen der Bauchseite.

Tafel II.

Fig. 11. Mittelrippe einer Laubachse in Bauchansicht, mit einer jungen männlichen Hülle. h: Haare.

Fig. 12. Mittelrippe einer Laubachse, von der Bauchseite gesehen, mit einer endogenen Sprossanlage. h: Haare. Vergl. pag 8.

Fig. 13. Querschnitt durch das in Fig. 12 dargestellte Präparat in der Höhe des Haares h.

Fig. 14. Querschnitt durch dasselbe Präparat in der Höhe des Haares h_1.

Fig. 15. Querschnitt unterhalb des Haares h_3.

Die Erklärung der in diesen zusammengehörigen Figuren sich entsprechenden Buchstaben und Zahlen findet man im Texte pag. 8.

Fig. 16. Mittelrippe einer Laubachse in Bauchansicht. Ein endogen angelegter Spross im Beginne des Hervorbrechens.

Fig. 17. Querschnitt durch die Mittelrippe einer Laubachse an der Insertionsstelle einer männlichen Hülle.

Fig. 18. Querschnitt durch die Mittelrippe einer Laubachse an der Insertionsstelle eines vegetativen Sprosses.

Fig. 19. Wie Fig. 17.

1

2

3

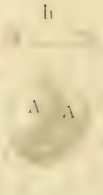
4

5

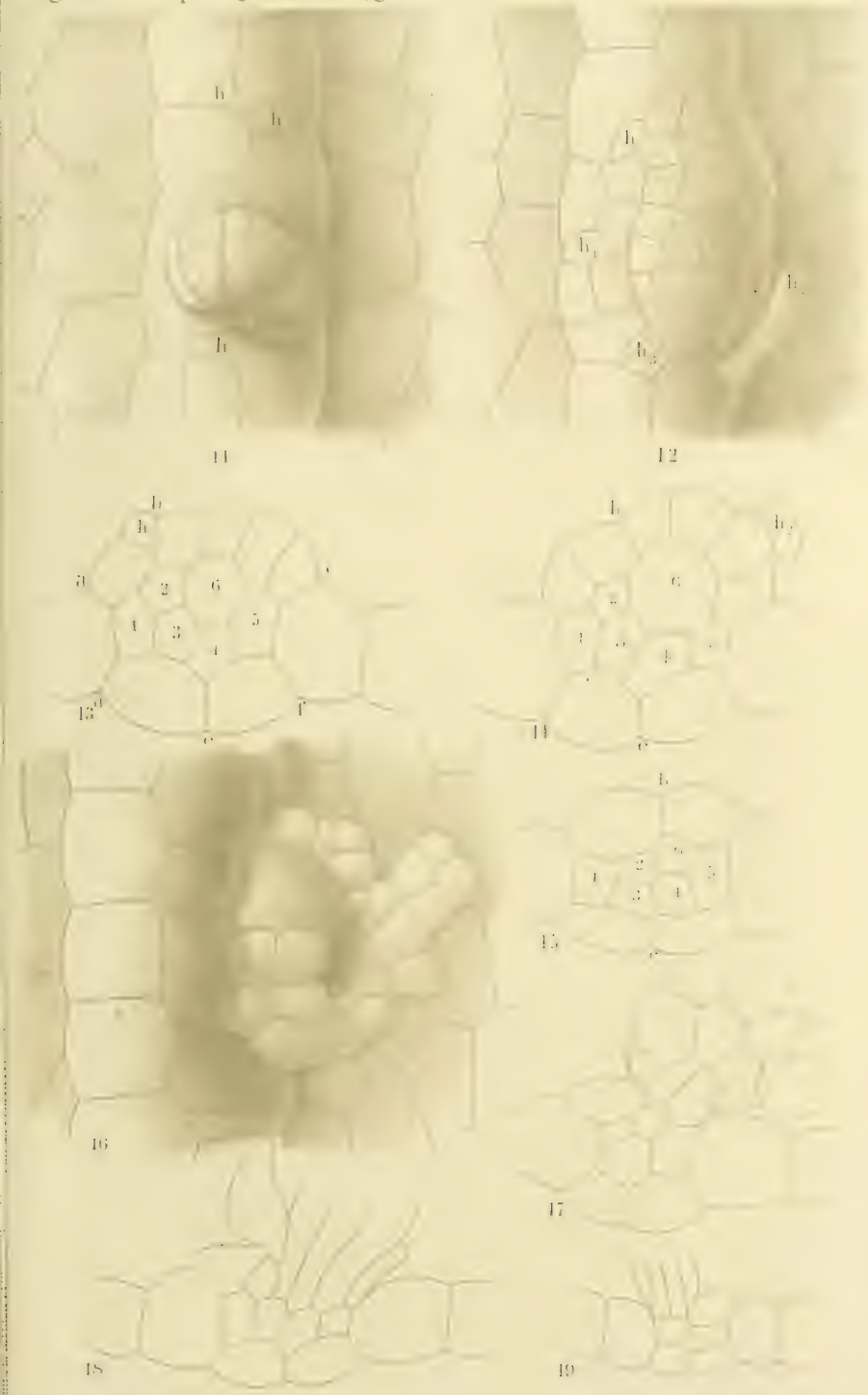
7

8

9



10



Leitgeb: gez.

Lith. Th. Schneider's Wwe. Graz

Ueber die

analytische und geometrische Bedeutung der Grössen

$\alpha\sqrt{-1}$, $\cos\alpha\sqrt{-1}$ und $\sin(\alpha\sqrt{-1})$.

Von **Dr. K. Friesach.**

Wenn man in den bekannten Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}\cos\alpha &= 1 - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{2.3.4} - \ldots . \\ \sin\alpha &= \alpha - \frac{\alpha^3}{2.3} + \frac{\alpha^5}{2.3.4.5} - \ldots .\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots 1.)$$

α mit $\alpha\sqrt{-1}$ vertauscht, so verwandeln sich dieselben in

$$\left.\begin{aligned}\cos(\alpha\sqrt{-1}) &= 1 + \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{2.3.4} + \ldots . = x \\ \sin(\alpha\sqrt{-1}) &= \sqrt{-1}\left(\alpha + \frac{\alpha^3}{2.3} + \frac{\alpha^5}{2.3.4.5} + \ldots .\right) \\ &= y\sqrt{-1}\end{aligned}\right\} \quad \ldots . 2.)$$

Beide Reihenpaare convergiren für jeden endlichen Werth von α.

Aus 2.) erhellt, dass die Cosinus und Sinus imaginärer Bogen von der Form $\alpha\sqrt{-1}$ von denjenigen reeller Bogen darin abweichen, dass sie keine periodischen Funktionen ihres Bogens sind, sondern bei dessen unendlichem Wachsen selbst unendlich gross werden, dass ferner $\cos(\alpha\sqrt{-1})$ stets positiv und grösser als 1 ist. Trotz dieser Verschiedenheit haben sie manche Eigenschaften mit den Sinus und Cosinus reeller Bogen gemein. So z. B. wechselt $\sin(\alpha\sqrt{-1})$ sein Zeichen, indem α in $-\alpha$ übergeht, während $\cos(\alpha\sqrt{-1})$ dadurch nicht geändert wird; und bei dem unendlichen Abnehmen von α wird

$\lim. \frac{\sin(\alpha\sqrt{-1})}{\alpha\sqrt{-1}} = 1$; $\lim. \cos(\alpha\sqrt{-1}) = 1$, wie bei

reellen Bogen. Ueberhaupt gelten zwischen $\sin(\alpha\sqrt{-1})$ und $\cos(\alpha\sqrt{-1})$ die nämlichen Relationen, welche zwischen $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ Statt haben. Der Grund davon liegt darin, dass $\cos(\alpha\sqrt{-1})$ und $\sin(\alpha\sqrt{-1})$, obiger Darstellung gemäss, als blosse Symbole jener Reihen zu betrachten sind, welche man aus 1.) erhält, wenn man α mit $\alpha\sqrt{-1}$ vertauscht. Ein Beispiel wird genügen, dies klar zu machen.

Um zu beweisen, dass

$$\cos[(\alpha \pm \beta)\sqrt{-1}] =$$

$$= \cos(\alpha\sqrt{-1})\cos(\beta\sqrt{-1}) \mp \sin(\alpha\sqrt{-1})\sin(\beta\sqrt{-1}),$$

gehe man von der Gleichung

$$\cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha \pm \beta)$$

aus, welche, indem man anstatt $\cos\alpha$, $\sin\alpha$ etc., die diesen Ausdrücken äquivalenten Reihen setzt, auch so geschrieben werden kann:

$$\left(1 - \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^4}{2.3.4} \cdot .\right)\left(1 - \frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta^4}{2.3} - \ldots\right) \mp$$

$$\left(\alpha - \frac{\alpha^3}{2.3} + \ldots\right)\left(\beta - \frac{\beta^3}{2.3} + \ldots\right) = 1 - \frac{(\alpha \pm \beta)^2}{2}$$

$$+ \frac{(\alpha \pm \beta)^4}{2.3.4} - \ldots.$$

Diese Gleichung kann als eine identische betrachtet werden, weil die darin vorkommenden Reihen, für jeden Werth von α und β konvergiren. Die Gleichung wird daher durch Vertauschung von α und β mit $\alpha\sqrt{-1}$ und $\beta\sqrt{-1}$ nicht gestört. Dadurch aber verwandelt sie sich in die zu erweisende Gleichung

$$\cos(\alpha\sqrt{-1})\cos(\beta\sqrt{-1}) \mp \sin(\alpha\sqrt{-1})\sin(\beta\sqrt{-1})$$
$$= \cos(\alpha + \beta)\sqrt{-1} \quad . \quad . \quad 3.)$$

Auf diesem Wege lassen sich alle zwischen den trigonometrischen Funktionen reeller Bogen bestehenden Relationen auch auf imaginäre Bogen von der Form $\alpha\sqrt{-1}$ ausdehnen.

Setzt man $\beta = \alpha$, so folgt aus 3.):

$$\cos(\alpha\sqrt{-1})^2 + \sin(\alpha\sqrt{-1})^2 = 1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4.)$$

$$\left.\begin{aligned}\sin(\alpha\sqrt{-1}) &= \pm\sqrt{1 - \cos(\alpha\sqrt{-1})^2} \\ \cos(\alpha\sqrt{-1}) &= +\sqrt{1 - \sin(\alpha\sqrt{-1})^2}\end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots \quad 5.)$$

Bezeichnet man den Bruch $\frac{\sin(\alpha\sqrt{-1})}{\cos(\alpha\sqrt{-1})}$ durch $tg(\alpha\sqrt{-1})$,

so sieht man, dass $tg\ (\alpha\sqrt{-1})$ unter der Form $z\sqrt{-1}$ erscheint und mit $\sin\ (\alpha\sqrt{-1})$ einerlei Zeichen hat. Ausserdem folgt aus $tg\ (\alpha\sqrt{-1}) = \sqrt{\frac{1 - \cos\ (\alpha\sqrt{-1})^2}{\cos\ (\alpha\sqrt{-1})^2}} = \sqrt{\frac{1}{\cos\ (\alpha\sqrt{-1})^2} - 1}$, dass z immer zwischen den Grenzen -1 und $+1$ liegt, und, für $\alpha = 0, -\infty$ und $+\infty$, die Werthe $0, -1$ und $+1$ annimmt.

Mit Rücksicht auf $\lim_{(\alpha = 0)} \frac{\sin\ (\alpha\sqrt{-1})}{\alpha\sqrt{-1}} = 1$ und $\lim_{(\alpha = 0)} \cos\ (\alpha\sqrt{-1}) = 1$, erhält man:

$$\left.\begin{aligned} &d.\ \sin\ (\alpha\sqrt{-1}) = \sqrt{-1}.\ \cos\ (\alpha\sqrt{-1})\ d\alpha \\ &d.\ \cos\ (\alpha\sqrt{-1}) = -\sqrt{-1}.\ \sin\ (\alpha\sqrt{-1})\ d\alpha \\ &d.\ tg\ (\alpha\sqrt{-1}) = \frac{\sqrt{-1}.\ d\alpha}{1 - \alpha^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots 6.)$$

und hieraus:

$$\left.\begin{aligned} &d.\ \text{arc sin}\ (y\sqrt{-1}) = \frac{\sqrt{-1}.\ dy}{\sqrt{1 + y^2}} \\ &d.\ \text{arc cos}\ x = -\frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \frac{\sqrt{-1}.\ dx}{\sqrt{x^2 - 1}} \\ &d.\ \text{arc}\ tg\ (z\sqrt{-1}) = \frac{\sqrt{-1}.\ dz}{1 - z^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots 7.)$$

Die zweite der Gleichungen 7.) zeigt, dass die Formel für $d.$ arc cos x die nämliche ist, gleichviel, ob der Bogen reell oder imaginär. Nur ist in letzterem Falle $x > 1$.

Aus 7.) findet man durch Integration:

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^y \frac{dy}{\sqrt{1 + y^2}} = \frac{1}{\sqrt{-1}} \text{arc sin}\ (y\sqrt{-1}) = l\ (y + \sqrt{1 + y^2}) \\ &\int_1^x \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{-1}} \text{arc cos}\ x = l\ (x + \sqrt{x^2 - 1}) \\ &\int_0^z \frac{dz}{1 - z^2} = \frac{1}{\sqrt{-1}} \text{arc}\ tg\ (z\sqrt{-1}) = \frac{1}{2}\ l\ \frac{1 + z}{1 - z} \end{aligned}\right\} \quad \ldots 8.)$$

Diese Gleichungen können zur Entwickelung des imaginären Bogens in konvergirende Reihen nach den Potenzen von y, z und $\frac{1}{x}$ dienen. Durch Anwendung der Binomialreihe auf obige Differentialformellen erhält man:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{\sqrt{-1}}\operatorname{arc}\,tg\,(z\sqrt{-1}) = \int_0^z dz\,(1 + z^2 + z^4 + z^6 + \ldots) = \\
&\qquad z + \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^7}{7} + \ldots . \\
&\frac{1}{\sqrt{-1}}\operatorname{arc}\cos x = \int_1^x \frac{dx}{\sqrt{x\left(1-\frac{1}{x^2}\right)}} = \int_1^x \frac{dx}{x}\left(1 + \frac{1}{2x^2} + \frac{3}{2.4x^4} + \right. \\
&\left. + \ldots\right) = lx + \frac{1}{4}\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) + \frac{3}{2.4.4}\left(\frac{x^4-1}{x^4}\right) + \ldots \\
&\frac{1}{\sqrt{-1}}\operatorname{arc}\,\sin\,(y\sqrt{-1}) = \int_0^y dy\left(1 - \frac{y^2}{2} + \frac{3y^4}{2.4} - \right. \\
&\left. - \frac{3.5.y^6}{2.4.6} + \ldots\right) = y - \frac{y^3}{2.3} + \frac{3y^5}{2.4.5} - \frac{3.5.y^7}{2.4.6.7} + \ldots
\end{aligned}\right\} 9.)$$

Die letzte Reihe konvergirt nur, so lang der numerische Werth von y die Einheit nicht übersteigt. Für $y = \pm 1$ hat man

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{\sqrt{-1}}\operatorname{arc}\,\sin\,(\pm\sqrt{-1}) = \int_0^{\pm 1} \frac{dy}{\sqrt{1+y^2}} = l(\pm 1 + \sqrt{2}) = \\
&\qquad = \pm\left(1 - \frac{1}{2.3} + \frac{3}{2.4.5} - \frac{3.5}{2.4.6.7} + \ldots .\right)
\end{aligned}\right\} 10.)$$

Wäre $y^2 > 1$, so könnte der Bogen nach den Potenzen von $\frac{1}{y}$ in eine Reihe entwickelt werden. Hiezu hat man

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\sqrt{-1}}[\operatorname{arc}\,\sin\,(y\sqrt{-1}) - \operatorname{arc}\,\sin\,(\sqrt{-1})] = \int_1^y \frac{dy}{\sqrt{1+y^2}} = \\
&\qquad = \int_1^y \frac{dy}{y}\left(1 - \frac{1}{2y^2} + \frac{3}{2.4.y^4} - \frac{3.5}{2.4.6.y^6} + \ldots\right),
\end{aligned}$$

woraus, je nachdem für $\frac{1}{\sqrt{-1}}$ arc sin $(y\sqrt{-1})$ der eine oder der andere Werth aus 10.) gesetzt wird:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{1}{\sqrt{-1}} \text{ arc sin } (y\sqrt{-1}) = 1 + \sqrt{2} + ly - \\
&- \frac{1}{2.2}\left(\frac{y^2-1}{y^2}\right) + \frac{3}{2.4.4}\left(\frac{y^4-1}{y^4}\right) - \ldots . \\
\text{oder } &\frac{1}{\sqrt{-1}} \text{ arc sin } (y\sqrt{-1}) = ly + \frac{1}{2.2.y^2} - \\
&\frac{3}{2.4.4.y^4} + \frac{3.5}{2.4.6.6.y^6} - \ldots . \\
&+ 1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{2+3}{2.3} + \frac{3}{2.4}\cdot\frac{4+5}{4.5} - \frac{3.5}{2.4.6}\cdot\frac{6+7}{6.7} \\
&\qquad + \ldots .
\end{aligned}\right\} \ldots 11.)$$

Durch Vertauschung von α mit $\alpha\sqrt{-1}$, gehen die bekannten Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
\cos\alpha + \sqrt{-1}.\sin\alpha &= e^{\alpha\sqrt{-1}} \\
\cos\alpha - \sqrt{-1}.\sin\alpha &= e^{-\alpha\sqrt{-1}}
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots 12.)$$

in folgende über:

$$\left.\begin{aligned}
\cos(\alpha\sqrt{-1}) + \sqrt{-1}.\sin(\alpha\sqrt{-1}) &= e^{-\alpha} \\
\cos(\alpha\sqrt{-1}) - \sqrt{-1}.\sin(\alpha\sqrt{-1}) &= e^{\alpha}
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots 13.)$$

welche man eben so leicht aus 2.) ableiten kann.

Aus 13.) folgt:

$$\cos(\alpha\sqrt{-1}) = x = \frac{e^{\alpha} + e^{-\alpha}}{2}$$

$$\sin(\alpha\sqrt{-1}) = y\sqrt{-1} = \frac{\sqrt{-1}.}{2}\left(e^{\alpha} - e^{-\alpha}\right)$$

$$tg(\alpha\sqrt{-1}) = z\sqrt{-1} = \sqrt{-1}.\frac{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}{e^{\alpha} + e^{-\alpha}}$$

Setzt man nun $e^{\alpha} = A$, wo A eine beliebige positive Zahl bedeuten kann, so ist $\alpha = lA$ und $e^{-\alpha} = \frac{1}{A}$. Man hat daher auch

$$\left.\begin{aligned}
&\cos(\sqrt{-1}\,.\,lA) = x = \frac{1}{2}\left(A + \frac{1}{A}\right)\\
&\sin(\sqrt{-1}\,.\,lA) = y\sqrt{-1} = \frac{1}{2}\left(A - \frac{1}{A}\right)\\
&tg(\sqrt{-1}\,.\,lA) = z\sqrt{-1} = \frac{A^2-1}{A^2+1}.\sqrt{-1}
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots 14.)$$

Die letzten Gleichungen sind mit den folgenden identisch:

$$\left.\begin{aligned}
lA &= \frac{1}{\sqrt{-1}} \operatorname{arc\,cos} \frac{A^2+1}{2A}\\
lA &= \frac{1}{\sqrt{-1}} \operatorname{arc\,sin} \frac{(A^2-1)}{2A}\sqrt{-1}\\
lA &= \frac{1}{\sqrt{-1}} \operatorname{arc}\, tg \frac{A^2-1}{A^2+1}\sqrt{-1}
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots 15.)$$

Es ist klar, dass man, mittelst der Gleichungen 8) und 15.), indem man die darin vorkommenden imaginären Bogen nach 9.) entwickelt, Reihen für die Logarithmen erhalten kann. Auf diesem Wege folgt aus 8.) die bekannte Formel:

$$l\frac{1+z}{1-z} = 2\left(z + \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} + \ldots\ldots\right);$$

und aus 15.):

$$lA = \frac{A^2-1}{A^2+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{A^2-1}{A^2+1}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{A^2-1}{A^2+1}\right)^5 + \ldots\ldots,$$

Indem man in dieser Gleichung $A^2 = a$ setzt, wodurch $lA = \frac{1}{2}la$ wird, ergibt sich die bekannte Gleichung:

$$la = 2\left[\frac{a-1}{a+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{a-1}{a+1}\right)^3 + \ldots\ldots\right].$$

Durch das Vorhergehende ist der Zusammenhang zwischen den Logarithmen und imaginären Kreisbogen, und dadurch die analytische Bedeutung dieser Bogen und ihrer trigonometrischen Funktionen zur Genüge beleuchtet.

Um auch eine geometrische Beziehung zwischen dem imaginären Bogen und dessen Sinus und Cosinus aufzufinden, geht man am besten von der mit 4.) identischen Gleichung

$$x^2 - y^2 = 1 \quad \ldots\ldots \quad 16.)$$

aus, welche, wenn man x und y als rechtwinkelige Coordinaten betrachtet, zu einer gleichseitigen Hyperbel gehört, deren Halbaxen der Längeneinheit gleich sind, und deren Mittelpunkt mit dem Anfangspunkte der Coordinaten zusammenfällt.

Es sei nun r der Radiusvector des Punktes x,y und $\ominus$ der Winkel, welchen derselbe mit der Axe der x bildet, so ist $x = r \cos \ominus$, $y = r \sin \ominus$. Durch Substitution dieser Werthe in 16. ergibt sich die Polargleichung $r^2 \cos 2 \ominus = 1$ . . . . . 17.), woraus $\frac{dr}{d\ominus} = r\, tg\, 2\ominus$. Für das Hyperbelelement ds hat man daher

$$ds = d\ominus \sqrt{r^2 + \frac{(dr)^2}{d\ominus}} = \frac{r\, d\ominus}{\cos 2\ominus} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18.)$$

Aber nach 2.) ist

$$x = \cos (\alpha \sqrt{-1}) = r \cos \ominus$$

$$y\sqrt{-1} = \sin (\alpha \sqrt{-1}) = \sqrt{-1}.\ r \sin \ominus,$$

$$tg (\alpha \sqrt{-1}) = \sqrt{-1}.\ tg \ominus,$$

$$\alpha \sqrt{-1} = \text{arc } tg (\sqrt{-1}.\ tg \ominus),$$

$$d\ \alpha \sqrt{-1} = \frac{\sqrt{-1}.\, d\ominus}{\cos \ominus^2} : (1 - tg \ominus^2),$$

oder $d\alpha = \frac{d\ominus}{\cos \ominus^2 (1 - tg \ominus^2)} = \frac{d\ominus}{\cos \ominus^2 - \sin \ominus^2} = \frac{d\ominus}{\cos \ominus 2}$ . . 19.)

Aus 18.) und 19.) folgt nun

$$d\alpha = \frac{ds}{r}, \text{ folglich } \alpha = \int \frac{ds}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 20.)$$

Die Integration ist entweder von 0 bis $\ominus$ oder von 1 bis r auszudehnen, je nachdem die Differentialformel $\frac{ds}{r}$ als eine Funktion von $\ominus$ oder von r dargestellt wird.

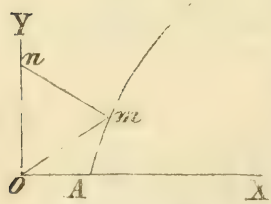
Aus 20.) ergibt sich für die Grösse α folgende geometrische Bedeutung: α ist gleich der Summe aller jener Brüche, welche man erhält, indem man den zwischen dem Scheitel und dem Punkte $(x\, y)$ enthaltenen Hyperbelbogen in Elemente theilt, und jedes Element durch den dazugehörigen Radiusvector dividirt. Es folgt hieraus, dass der numerische Werth von α stets zwischen s und $-\frac{s}{r}$ enthalten ist, wenn man jenen Bogen durch s bezeichnet.

Eine ähnliche geometrische Beziehung, wie soeben für die Grössen α, x, y gefunden wurde, besteht auch zwischen einem reellen Bogen und dessen Sinus und Cosinus. Denn, betrachtet man $\cos\alpha = \xi$ und $\sin\alpha = \eta$ als rechtwinkelige Coordinaten, und bezeichnet man das Element der durch die Gleichung $\xi^2 + \eta^2 = 1$ ausgedrückten Kreislinie durch $d\sigma$, den dazugehörigen Radiusvector durch ρ, so ist auch hier $\alpha = \int \frac{d\sigma}{\rho}$, nur mit dem Unterschiede, dass hier ρ konstant und gleich 1 ist. Diese Analogie in Verbindung mit dem Umstande, dass im Kreise die Normale dem Halbmesser gleich ist, liess mich vermuthen, dass auch in der gleichseitigen Hyperbel zwischen der Normalen und dem auf den Mittelpunkt bezogenen Radiusvector ein sehr einfaches Verhältniss stattfinden dürfte. Ich fand in der That, dass dieser Radiusvector der auf die konjugirte Axe bezogenen Normalen gleich ist, was leicht auf folgende Art gezeigt werden kann:

Aus 16.) folgt $\frac{dx}{dy} = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$.

Bezeichnet man nun das zwischen der Hyperbel und der konjugirten Axe enthaltene Stück der Normalen durch N, so ist

$$N = x\sqrt{1 + \frac{(dx)^2}{dy}} = \sqrt{2x^2 - 1}.$$



Aber aus 16.) folgt auch

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2x^2 - 1},$$

folglich $N = r$, w. z. b. r.

Hieraus ergibt sich eine sehr einfache Construction der Normalen eines beliebigen Punktes in der gleichseitigen Hyperbel, wenn deren Mittelpunkt O nebst den Axenrichtungen gegeben ist. Denn, beschreibt man aus m mit dem Halbmesser Om einen Kreisbogen, welcher die konjugirte Axe in n schneidet, so ist mn die gesuchte Normale.

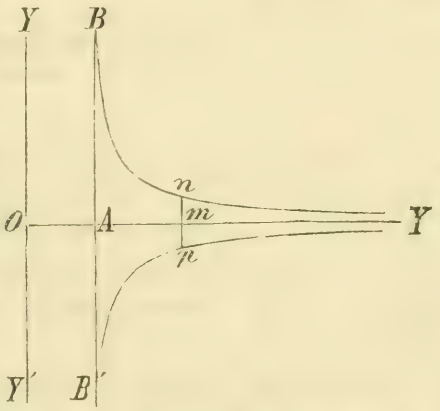
Um die Abhängigkeit des imaginären Bogens von seinem Cosinus und Sinus graphisch darzustellen, kann man $d\alpha$ als das Flächendifferential einer von einer Kurve begrenzten ebenen Figur betrachten. Nach dem Vorhergehenden ist

$$d\alpha = \frac{ds}{r} = \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{dy}{\sqrt{1+y^2}}.$$

Um α als eine Funktion von $\cos(\alpha\sqrt{-1}) = x$ darzustellen, hat man daher, indem man die Coordinaten eines beliebigen Punktes der zu bestimmenden Kurve durch x, η bezeichnet:

$$d\alpha = \eta\, dx = \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} \text{ oder } \eta = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \quad \ldots\ldots \quad 21.)$$

Diese Gleichung zeigt, dass die gesuchte Kurve aus zwei kongruenten, zu beiden Seiten der Axe der x symmetrisch gelegenen, derselben ihre konvexe Seite zuwendenden Kurvenästen besteht, zu welchen die genannte Axe und das im Punkte $\left\{\begin{matrix} x=1 \\ \eta=0 \end{matrix}\right\}$ darauf errichtete Loth BB sich als Asymptoten verhalten. Der Asymptote BB' nähert sich die Kurve viel rascher als der OX.

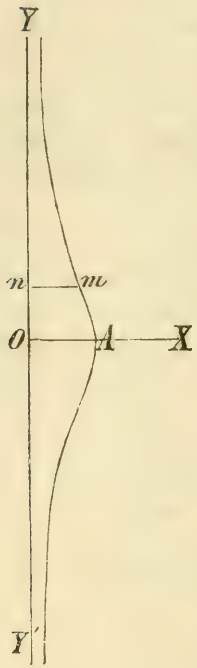


Macht man die Abscisse $Om = \cos(\alpha\sqrt{-1})$, und zieht man durch m die Gerade $np \perp OX$, so ist die zwischen den Parallelen np, BB' und den beiden Kurvenästen enthaltene Fläche der Grösse α proportional; denn die Zahl, welche den Inhalt dieser Fläche in Quadrateinheiten angibt, ist $= 2\alpha$.

Will man hingegen α als eine Funktion von $\sin(\alpha\sqrt{-1})$, d. i. von $y\sqrt{-1}$, darstellen, so erhält man eine andere Kurve, welche, wenn man deren Coordinaten durch y, ξ bezeichnet, analytisch durch die Gleichung $d\alpha = \xi\, dy = \frac{dy}{\sqrt{1+y^2}}$ oder

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1+y^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 22.)$$

ausgedrückt wird.



Diese Kurve besteht nur aus einem in Bezug auf die Axe der X symmetrisch gestellten Aste, welcher zu beiden Seiten dieser Axe ohne Ende fortläuft, und sich dabei ohne Ende der Axe der Y nähert, welche daher eine beiden Kurvenhälften gemeinschaftliche Asymptote bildet. Der Scheitel der Kurve befindet sich in der Abscissenaxe bei A, und steht um die Längeneinheit von der Ordinatenaxe ab.

Zwischen den Punkten $\left.\begin{matrix} \xi = \frac{1}{3}\sqrt{6} \\ y = \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{matrix}\right\}$ und $\left.\begin{matrix} \xi = \frac{1}{3}\sqrt{6} \\ y = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \end{matrix}\right\}$ ist die Kurve in Bezug auf die Axe der Y konkav, ausserhalb dieser Grenzen aber konvex.

Macht man $On = y = \frac{1}{\sqrt{-1}} \cdot \sin(\alpha\sqrt{-1})$, so ist α gleich der Zahl, welche die Fläche $OAmn$ ausdrückt.

Ueber die

Homologie zwischen den männlichen und weiblichen äussern Sexualorganen der Orthoptera Saltatoria Latr.[1])

Von **J. Chadima**, stud. phil. in Graz.

Mit 1 Tafel.

Das Abdomen der Orthoptera Saltatoria (Gryllodea, Locustina und Acridiodea) besteht, wie schon Lacaze-Duthiers nachgewiesen hat, aus eilf Ringen oder Metameren (Folgestücken), deren jedes wieder aus mehreren Theilen wirklich oder doch potentiell zusammengesetzt ist: nämlich aus einem oberen, der Rückenplatte (Tergum, in den Figuren mit *Tn* bezeichnet, einem unteren, der Bauchplatte (Sternum, *Sn*) und endlich aus jederseits zwei Seitenplatten, die die Verbindung zwischen den oberen zwei Platten herstellen und die, je nachdem sie an der Rücken- oder Bauchplatte anliegen, Epimerit oder Episternit genannt werden. Bei allen Thieren, welche ich untersuchte, waren diese zwei Plättchen zu einer weichen Gelenkshaut verschmolzen, die ich daher in den Figuren mit „(*Em* + *Es*)“ bezeichne.[2]) Aus

---

[1]) Das Thema zu dieser meiner Erstlingsarbeit gab mir der Herr Privatdocent Dr. V. Graber, der mir auch bei den Untersuchungen mit Rath und That an die Hand ging, wofür ich ihm hiemit meinen innigsten Dank ausspreche.

[2]) Herr Brunner v. Wattenwyl hat eine andere Ansicht. Er sagt nämlich, jeder Ring bestehe aus einem harten Theile, unter welchem er alle angeführten Platten zusammen versteht, und einem weichern, die weichere Gelenkshaut nämlich, welche die Verbindung zwischen den Ringen herstellt. Das 10. Ringel sei nichts als nur ein umgewandelter, verhärteter Theil des 9. Nun ist aber bei manchen Thieren dieser „weiche Theil“ kaum sichtbar vorhanden, bei Gryllotalpa fehlt jede Spur davon. Da wäre es nun mit dem harten in Eins verschmolzen. (!) Dass diese Annahme nicht richtig ist,

diesen Theilen bestehen beim Männchen 8, beim Weibchen 7 Metameren. Dem 9. Segmente des Männchens (8. des Weibchens) fehlt die Zwischenhaut ganz und das Sternum (Fig. I u. a., S_9) hat die Form einer dreieckigen, rinnenförmigen, schwach nach aufwärts gebogenen Platte, welche die äussern Geschlechtsorgane nach unten verdeckt und deshalb lamina subgenitalis (Fig. I u. a., S_9) genannt wird.

Beim Männchen fehlt dem 10, beim Weibchen dem 9. und 10. ein auf den ersten Blick als solches erkennbares Sternum

Das 11. Segment besteht bei beiden Geschlechtern aus drei dreiseitigen Platten: einer obern und zwei untern, welche drei miteinander nur an der Basis zusammengewachsen sind und die Afteröffnung umschliessen. Es sind dies die lamina supra analis (Fig. VI u. a., T_{11}), resp. subanales (S_{11}) der Autoren.

Bei manchen Thieren hat es den Anschein, als wären die Sterna und Terga selbstständige, von einander ganz unabhängige Bildungen, indem sie eine gegeneinander ganz verschobene Lage haben. Bei den Locustinen kommt dies seltener vor und nur die in Höhlen lebende Raphidophora cavicola Kollar. vermittelt darin den Uebergang zu den Acridiern, bei denen diese Eigenthümlichkeit öfters bis zu solch einem Extrem ausgebildet erscheint, dass das 1. und 2. Tergum kein Sternum zu besitzen scheinen und das 1. Sternum der Lage nach vollkommen mit dem 3. Tergum übereinstimmt. Die Folge davon muss natürlich die sein, dass die lamina subgenitalis und mindestens ein Theil des 8. Sternum am Ende des Hinterleibes noch um ein Stück weiter hinausragen (Fig. VII).[3])

---

beweist gerade der bei Gryllotalpa vorkommende Umstand, dass trotzdem, dass kein Ring einen weichen Theil besitzt, ein zehntes Metamerum (Fig. VI, T. 10), sehr deutlich vorhanden ist und es sehr unwahrscheinlich oder mindestens unwahrscheinlicher als die gewöhnliche Annahme ist, dass der 9. Ring den andern gegenüber eine Ausnahme mache. Schaum (Wiegmann's Archiv 1863, pag. 247) nimmt als nothwendige Bestandtheile eines Segmentes an: eine normal entwickelte Rücken- und Bauchplatte, ein Ganglion der Bauchkette (!), eine entsprechende Muskelpartie und möglichst auch ein Stigma. Er spricht daher unserm 10. und 11. Segmente die Bedeutung als solcher, und den äussern Sexualorganen daher jeden morphologischen Werth ab.

[3]) Für gewöhnlich haben wir das 1. Sternum zwischen den Coxen der Hinterbeine, in die Bauchplatte des Metathorax quasi eingeschoben, zu suchen.

Was die Grösse der Analklappen und der lamina subgenitalis anbelangt, so ist das Verhältniss ein sehr verschiedenes. Bei Platycleis brevipennis Fab., einem verhältnissmässig kleinen Thiere, nehmen sie ein gutes Drittheil der Länge des Hinterleibes ein, während bei Ephippigera vitium Serv., bekanntlich einer unserer grössten Heuschrecken, die lam. subg. kaum sichtbar ist. Es scheint, als wäre sie gewöhnlich bei den Acridiern verhältnissmässig grösser, als bei den Locustinen. Ebenso ist auch ihre Form mannichfachen unwesentlichen Veränderungen unterworfen, deren genauere Beschreibung wir getrost der Systematik überlassen können.

Bei einigen Arten (Gryllus campestris L., Fig. I. und III, Ephippigera vitium) ist die Gränze zwischen dem 10. und 11. Tergum nicht scharf bestimmt, so dass es — besonders bei Gryllus camp. — den Anschein hat, als fehle ein 10. Ring vollkommen.[1]) Ich bezeichne dieses „Doppelsegment" mit „T_{10+11}".

Von der Basis der laminae subanales zieht sich nach vorn hin eine weichere Gelenkshaut, an deren innerstem Ende sich beim Männchen der Penis (Fig. IX, p[2]), beim Weibchen der Legestachel (Fig. XI, p_1) befindet. Die Homologie zwischen diesen zwei Bildungen ist eine völlig unverkennbare, besonders auffallend aber ist sie dort, wo sich der Legestachel auch in der Form dem Penis etwas nähert, wie dies z. B (auf was mich zuerst Herr Dr. Graber aufmerksam machte) bei Raphidophora cavicola Kollar. der Fall ist. (Vergleiche Fig. XII p_1 mit Fig. II p). Oder auch bei den meisten Acridiern, bei welchen überhaupt die weiblichen äussern Geschlechtsorgane ziemlich kurz sind (Fig. XIII, p_1[3]).

Der Penis ist der Form nach sehr variirend; bei der Feldgrille (Fig. IV, α) besitzt er drei scharfe Spitzen; bei der Maulwurfsgrille hat er die Form einer flachen, nach abwärts gebogenen Rinne (Fig. IV, β). Bei den Locustinen und Acri-

[1]) Es lässt sich nicht läugnen, dass dieser Umstand die Meinung des Herrn Brunner bestärken würde, wenn dieselbe überhaupt möglich wäre.

[2]) Diese Fignr, wie auch die Figuren X und XI sind zwar ideale, schematisch gehaltene Querdurchschnitte, aber trotzdem möglichst naturgetreu.

[3]) Fig. XIII ist der Abhandlung: „Die Aehnlichkeit im Baue der äussern weiblichen Geschlechtsorgane bei den Locustiden und Acridiern dargestellt auf Grund ihrer Entwicklungsgeschichte" von Dr. V. Graber entnommen. — (Sitz.-Ber. d. k. Ak. d. W. in Wien. 61. Bd. I. Abth.)

diern ist er in der Regel zweispitzig, und sind die Spitzen bald mehr (Decticus verrucivorus L., Fig. IV, ε), bald weniger (Platycleis brevipennis, δ) von einander entfernt; bald sind sie parallel (Platycleis brevip.), bald stark divergirend (Pezotettix alpina Kollar, ε). Raphidophora hat einen eintheiligen, ziemlich langen, scharf zugespitzten Penis (γ). —

Die Form und Grösse der Legestachel ist auch verschieden. In der Regel sind sie zweitheilig, bei den Locustiden lang, bei den Acridiern kurz. Eine Ausnahme davon macht, wie gesagt, die Locustide Raphidophora cavicola (Fig. XII), die trotz der langen Scheideklappen (K_1 und K) doch einen sehr kurzen Legestachel (p_1) besitzt. Ohne Zweifel sind diese differenten Bildungen nur der Ausdruck des äussern Bildungstriebes, der sogenannten Anpassung, welcher gerade hier ein weites Feld geöffnet ist.

Ueber die feinere Struktur des Penis und insbesondere über gewisse, wahrscheinlich mit Endigungen sensiver Nerven in Zusammenhang stehende Haare, gedenke ich ein andersmal zu berichten.

Unter dem Penis des Männchens, resp. dem Legestachel des Weibchens, fängt wieder eine weiche Gelenkshaut an, die sich nach hinten zieht und beim Männchen lappenförmig erweitert. Bei den Grillen und Locustiden bilden diese Lappen durch mehrfache Faltung eine Art von Tasche, die beim reifen Männchen den Spermatophor enthält, weshalb ich sie Spermatophorentasche nenne (Fig. II und III, l). In sie mündet der Ausführungsgang der Hoden. Bei den Acridiern, die den Samen nicht in eigene Kapseln eingeschlossen haben, sondern ihn bei der Begattung tröpfchenweise entleeren, ist diese Spermatophorentasche natürlich unnöthig und daher auch nicht vorhanden.

Es ist demnach vollkommen unrichtig, dass (analog den höheren Thieren) der Ausführungsgang der Hoden im Penis ende.

Der Umstand, dass diese Spermatophorentasche öfters sehr stark ausgebildet ist, mag den unverzeihlichen Irrthum mancher Orthopterologen mit mangelhaften anatomischen Kenntnissen veranlasst haben, dass dieselbe den Raifen der Männchen der Acridier gleichbedeutend sei.

Es befindet sich nämlich bei allen springenden Orthopteren an der Gränze des 10. und 11. Ringes jederseits ein borstenförmiger

Anhang (Fig. I u. a. *b*)[1]) der bei den Acridiern besonders stark ausgebildet zum Festhalten der Weibchen während der Begattung dienen soll, obwohl mir ihre konische Form zu diesem Zwecke nicht sehr geeignet scheint. Eine Untersuchung ihrer feinern Struktur könnte es wohl bestimmen, ob es nicht eher Reizorgane oder — wie Herr Dr. Graber meint — Tastorgane sind. Jedenfalls aber fällt bei dem Umstande, dass sie eben so wie bei den Acridiern auch bei den Locustiden vorhanden sind, der Grund weg, nach besondern Homologieen der Raifen der erstern bei den letztern zu fahnden.

Leider hatte ich nur bei der Feldgrille Gelegenheit, den Spermatophor zu untersuchen, da ich nur von ihr Männchen im Zustande der höchsten Reife finden konnte. Es ist jedoch wahrscheinlich, dass die Spermatophoren der Locustiden denen der Feldgrille im Wesentlichen gleich sein dürften.

Der Spermatophor der Feldgrille (Fig. V) besteht aus einer rundlichen Kapsel (C) von brauner Farbe, in der die Spermatozoen enthalten sind. Sie läuft in einen äusserst feinen Ausführungsgang (D) aus, der an seinem Ende kaum die Dicke von 0·002 mm. erreicht. Die Kapsel und auch ein Theil des Ausführungsganges sind mit einer sehr lockern weissen Chilin-Hülse (H) umgeben, die in ein Häckchen ausläuft, vermittelst dessen der Spermatophor bei der Begattung im Männchen sehr lose aufgehängt ist. Die Befestigung desselben im Weibchen geschieht wahrscheinlich vermittelst einer offenen klebrigen Stelle (m) an der Kapsel selbst.

Im Weibchen fehlt selbstverständlich die Spermatophorentasche ganz und es befindet sich an ihrer Stelle nur eine einfache weichere Gelenkshaut.

Damit sind wir nun mit den männlichen äussern Geschlechtsorganen fertig. Anders ist es bei den weiblichen.

Beim Weibchen umgeben nämlich den eigentlichen Legestachel, von dem wir oben sagten, dass er mit dem Penis entschieden homolog sei, noch jederseits ein Paar Scheideklappen, in denen er gleichsam eingebettet ist. Es sind dies die zwei obern (Fig. X, XI, XII und XIII K_1) und die zwei untern (K).

---

[1]) Herr Brunner v. Wattenwyl hält ihn für ein umgebildetes Stigma, da er auch die Stigmen für nothwendige Bestandtheile der Abdominal-Ringe erklärt!

Man findet diesen Bildungen bei den Männchen keine Homologa. Denn obwohl die obern Scheideklappen oft ganz die Lage der Spermatophorentasche haben, wäre es doch sehr misslich, sie mit ihr homolog zu erklären, da sie ja in andern Fällen weiter nach oben gerückt sind. Die untern Scheideklappen finden aber beim Männchen absolut keine entsprechenden Bildungen.

Die Ausbildung dieser Scheideklappen ist, wie schon aus den sehr wechselnden Lebensverhältnissen dieser Thiere eo ipso zu schliessen ist, eine sehr verschiedene. Bei den Acridiern sind sie dem Legestachel entsprechend sehr klein (Fig. XIII K_1 u. K), bei den Locustiden in der Regel (es scheint keine Ausnahme vorzuwalten) von ganz beträchtlicher Länge. — Die Ränder sind entweder (gewöhnlich) glatt, manchmal sägeförmig. Z. B. bei Raphidophora cavicola hat das untere Paar, bei Odontura das obere eine derartige Form.

Es bleibt nun noch zu erörtern übrig, ob diese äussern Geschlechtsorgane der Orth. Saltatoria einen morphologischen Werth haben, und welcher dies sei.

Lacaze-Duthiers meint nun[1]) in Bezug auf die weiblichen äussern Geschlechtsorgane, der Legestachel sei das umgewandelte 9. Sternum, die obere Scheideklappe die Anhänge (sterno-rhabdites) desselben, die untere aber die Anhänge des 9. Tergums (tergo-rhabdites).

Wir sagten Anfangs, dass dem Männchen unserer Thiere ein 10., dem Weibchen ein 9. und 10. Sternum fehle. Schneidet man nun z. B. bei einer Feldgrille oder überhaupt bei einer beliebigen Grille oder Heuschrecke, um die betreffenden Organe besser übersehen zu können, die lamina subgenitalis ab und zerrt mit einer Pinzette den Penis etwas heraus (Fig. III), so sieht man ganz deutlich, dass die Gelenkshaut, an deren Ende sich das männliche Begattungsorgan befindet, mit dem 10. Tergum ganz dieselbe Verbindung zeigt, wie dies bei den vorhergehenden Ringen zwischen dem Sternum und Tergum der Fall ist[2]).

---

[1]) S. dessen Schrift „Recherches sur l' armure génitale des Insectes Orthopteres" Annales d. scien. nat. III. série Zoologie tome XVII, Paris 1852, wie auch die schon citirte Abhandlung von Dr. V. Graber „Ueber die Aehnlichkeit . . . ." —

[2]) In Fig. III habe ich die — wie bekannt — nicht scharf ausgesprochene Gränze zwischen dem 10. und 11. Tergum mit punktirten Linien bezeichnet.

Will man daher überhaupt annehmen, dass jedem Tergum ein Sternum entsprechen müsse, so ist man gezwungen zu sagen, dass der Penis mit seiner obern Gelenkshaut das 10. Sternum sei.

Ich sagte aber, dass es durchaus nicht zweifelhaft sein könne, dass der Penis und der Legestachel vollkommen homologe Bildungen seien. Es folgt daher, dass der Legestachel nicht (nach Lacaze-Duthiers) als 9., sondern als 10. Sternum zu deuten sei.

Was die Spermatophorentasche anbelangt, so bleibt jedem, der die Verhältnisse untersucht, als wahrscheinlichster Ausweg der, dass sie nur eine Duplikatur der lamina subgenitalis ist

Anders ist es bei der Deutung des morphologischen Werthes der Scheideklappen der Weibchen. Während es bei einigen Species (Decticus verrucivorus) scheint, als gehörten die untern Scheideklappen unzweifelhaft dem 9. Ringe, sei es nun als Tergalanhänge oder möglicherweise als Sternum, an, so sieht man bei andern (Ephippigera vitium), dass sie ganz gewiss nur dem 8. Ringe angehören können. Aehnlich ist es mit den obern Scheideklappen, nur dass es bei diesen wenigstens sicher ist, dass sie zu dem 9. Ringe gehören.

Von Bedeutung in dieser Frage scheint mir nun allerdings eine Odontura in der prachtvollen Orthopterensammlung des Herrn Brunner v. Wattenwyl in Wien zu sein, die den äussern Geschlechtsorganen nach links Männchen, rechts Weibchen ist. Ich hatte durch seine Güte Gelegenheit, eine möglichst genaue Zeichnung (Fig. VIII) von den äussern Genitalien dieses Thiers zu entwerfen. Es entsprechen da der Lage und der Verbindung mit den angränzenden Ringen noch ganz genau: Der lamina subgenitalis beim Männchen (S_9) die obere Scheideklappe (K_1); dem achten Sternum des Männchens die lamina subgenitalis des Weibchens, und als Anhang derselben erscheint die untere Scheideklappe. Dem Penis entspricht der Legestachel.

Dürfen wir den Verhältnissen bei diesem Thiere Glauben beimessen und fassen wir kurz die Resultate dieser Untersuchung, um die sich die ältere Schule allerdings wenig bekümmern wird, zusammen, so ergibt sich:

Die äussern Sexualorgane der Männchen und Weibchen der Orthoptera Saltatoria Latr. zeigen eine ganz ausgesprochene Ho-

mologie und zwar: entpricht dem Penis der Männchen der Legestachel des Weibches; morphologische Bedeutung = S8; die untern Scheideklappen des Weibchens sind als Anhänge des 10. Sternums anzusehen, die obern sind der lamina subgenitalis des Männchens homolog, daher ihr morphologischer Werth = S9. —

In nächster Zeit gedenke ich übrigens auch die äussern Genitalien einiger anderer Insektenordnungen zu untersuchen, um so eine längst fühlbar gewordene Lücke in der vergleichenden Anatomie auszufüllen. Das Resultat dieser Forschungen wird vielleicht ein befriedigenderes sein.

Erklärung der Tafeln.

(*Die Objecte sind, Fig. V ausgenommen, gar nicht oder nur schwach vergrössert dargestellt.*)

Durchgehende Bezeichnungen:

Tn = Tergum des nten Ringes.
Sn = Sternum des nten Ringes.
(Em + Es) = Verbindungsstück zwischen beiden.
b = Borstenförmiger Anhang.
p = Penis.
p_1 = Legestachel.
K = Untere Scheideklappen.
K_1 = Obere Scheideklappen.
l = Spermatophorentasche.

Fig. I. Hinterleibsende der Feldgrille ♂. $T_{10} + _{11}$ die beinahe vollkommen verwachsenen 10. u. 11. Tergen, S_9 lamina subgenitalis.

„ II. Hintenansicht des Hinterleibendes desselben Thieres, nachdem die lamina subgenitalis weggeschnitten und der Penis (p) etwas herausgezogen wurde.

Fig. I.

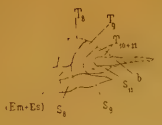


Fig. II.

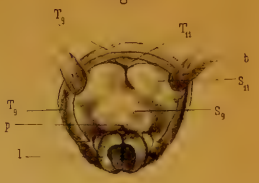


Fig. III.

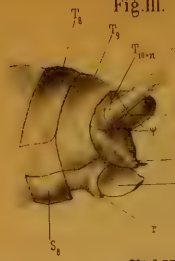


Fig. IV.

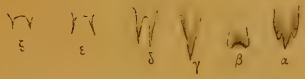


Fig. V.

Fig. VI.

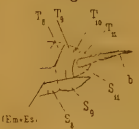


Fig. VII.

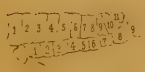


Fig. VIII.

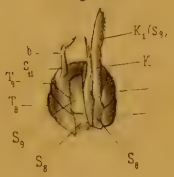


Fig. IX.

Fig. X.

Fig. XI.

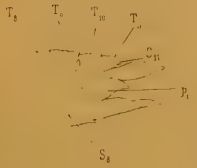


Fig. XII.

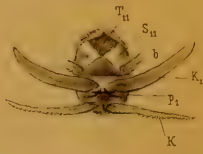


Fig. XIII.

Chad. m. a. del.

Lith. v. Leykare-Josenthal in Graz

Fig. III. Dasselbe von der Seite gesehen. r die Stelle, mit der die Spermatophorentasche an die lamina subgenitalis angewachsen ist. ♀ (- - - -) Bezeichnung der Gränzen zwischen dem 10. und 11. Tergum, den untern Analplatten und der zum Penis gehörenden Gelenkshaut.

„ IV. Penise von verschiedenen Thieren. α von Gryllus campestris, β von Gryllotalpa vulgaris, γ von Raphidophora cavicola, δ von Platycleis brevipennis, ε von Pezotettix alpina, ζ von Decticus verrucivorus.

„ V. Spermatophor einer Feldgrille ♂. C die Kapsel, D der Ausführungsgang derselben, H die lockere weisse Chitinhülse, m die muthmassliche Anhaftungsstelle im Weibchen.

„ VI. Hinterleibsende von Gryllotalpa vulgaris ♂.

„ VII. Hinterleib einer Stetheophyma grossum L. ♂.

„ VIII. Hinterleibsende einer hermaphroditischen Odontura von unten gesehen.

„ IX. Darstellung der Art und Weise, in der die einzelnen Theile der männlichen äussern Geschlechtsorgane mit den andern Segmenten zu verbinden sind (Gryllotalpa ♂).

„ X. Aehnliche Darstellung, betreffend die weiblichen äussern Geschlechtsorgane einer Locustide.

„ XI. Aehnliche Darstellung, betreffend die weiblichen äussern Geschlechtsorgane eines Acridierweibchens.

„ XII. Die weiblichen äussern Geschlechtsorgane von Truxalis nasuta, nachdem das Thier vom Rücken aufgeschnitten wurde (nach Dr. V. Graber).

„ XIII. Die weiblichen äussern Geschlechtsorgane von Raphidophora cavicola Koll.

Botanische Excursionen in Istrien.

Von **Ferdinand Graf.**

Auch in den Jahren 1869 und 1870 war es mir durch die bekannte Liberalität der k. k. priv. Südbahngesellschaft gegen den hiesigen naturwissenschaftlichen Verein, sowie durch die des österr. Lloyd ermöglicht, meine Anschauungen über die Vegetationsverhältnisse unserer Monarchie durch Excursionen in Istrien wesentlich zu erweitern. Thörichte Anmassung wäre es, nach je 8tägigen Beobachtungen auf einem nicht unbeträchtlichen Gebiete umfassende Beiträge zur Flora desselben in die Welt senden zu wollen, umsomehr, als wir so glücklich sind, in R. v. Tomasini, k. k. Hofrathe in Triest, einen ebenso gründlichen Kenner als unermüdlichen Erforscher dieser Flora zu besitzen, und überdies Ungunst der Witterung, sowie Unkenntniss der Verhältnisse dem Neuling manche werthvolle Stunde raubte. So z. B. nöthigte ein Sturm mich und meine beiden Reisegefährten auf den Salinendämmen von Seepole bei Pirano zur Umkehr, da eine der dort befindlichen Drehbrücken durch denselben in eine unpassierbare Stellung gebracht wurde, und zwang uns zum Umgehen der ganzen Bucht, wodurch wir die Abfahrt des Dampfers von Umago versäumten und genöthigt wurden, den ganzen weiten Weg nach Parenzo, der überdies in botanischer Beziehung kaum ein Interesse bietet, zu Fusse zurückzulegen. Ich kann überhaupt bei dieser Gelegenheit nicht unterlassen, jedem Excursionslustigen nach Istrien dringend zu empfehlen, sich mit Empfehlungsschreiben an Privathäuser wohl zu versehen und ja nicht dem Wahne zu huldigen, jede der vielen Küstenstädte, die sich vom Meere aus ganz staatlich präsentiren, sei zum Ausgangspunkte für beliebige Excursionen geeignet; denn nur in Pirano, Parenzo, Rovigno und Pola kann man auf eine gesicherte Unterkunft rechnen, während in den übrigen Orten von Einkehrgasthäusern oder auch nur Herbergen

nach deutscher Art keine Rede ist, wie wir es zu unserm grossen Verdrusse in Isola, Umago und Cittanuova erfahren mussten.

Nach dem soeben Angedeuteten muss der flüchtige Reisende seinen Dank, den er der Wissenschaft und ihren Förderern schuldet, die ihm neue Anschauungen, neue Einblicke in die Natur verschafften, der Zukunft vorbehalten, und sich begnügen mit dem Versuche der Schilderung von zwei Vegetationsbildern, dem der Scoglie San Nicolo, gegenüber der alten Bischofstadt Parenzo, die er im Jahre 1869 besuchte, und der Insel Lussin piccolo, dem Ziele des Ausfluges im Jahre 1870.

Scoglie San Nicolo.

Ein prächtiger Maimorgen war es, als uns das Boot von Parenzo aus hinüberführte zum vielversprechenden grünen Inselchen; die See, welche wir bisher nur mit weissen Schaumwellen bedeckt sahen, lag in ihrer ganzen wunderbaren stillen Schöne vor uns, und doch genügte das erfrischende leise Lüftchen, um Leben, Bewegung auf ihr zu verbreiten, denn froh beschäftigt sahen wir die Schiffer auf den zahlreichen Trabackeln, die des Sirocco wegen drei Tage müssig im Hafen gelegen, zum Auszuge sich fertig machend auf die Jagd nach dem lautlosen Wilde des Meeres. Nach kaum zehn Minuten war die Ueberfahrt vollendet; ein mässig bergan führender Wiesenweg brachte uns zu einem verfallenen Klostergebäude, gegenwärtig Meierei des Hauses Polesini, dem die ganze Scoglie gehört, woselbst wir den von der Marchesina Polesini auf das Liebenswürdigste ertheilten Erlaubnissschein vorwiesen, das Besitzthum nach allen Richtungen durchstreifen zu können. Der ehemalige Klostergarten, in welchem die Natur schon längst den Sieg über die cultivirende Menschenhand davon getragen, wurde zunächst besichtigt. Hier bot sich uns zuerst der Anblick wohlgestalteter Pinien und Granatäpfelbäume, und auf den Wegen wucherte als Unkraut die zierliche Festuca rigida, sowie Calendula arvensis. Die steinerne Umfassungsmauer, stellenweise zerfallen und überall mit den üppigsten Schlingpflanzen bedeckt, zeigte hie und da die leuchtenden rothen Büsche des Centranthus ruber, während eine zwar weniger auffallende, aber desto seltenere Pflanze, das Symphytum bulbosum, sich einen wüsten Trümmerhof zum Aufenthalte erkoren. — Nicht lange litt es uns jedoch hinter den

Mauern, sondern wir wendeten uns vorerst jenem Punkte der Insel zu, wo sich ein mächtiger Wartthurm erhebt, der wohl einst als Leuchtthurm gedient haben mag, gegenwärtig aber den Wohnsitz eines Falkenpaares bildet, welches, durch unsere Anwesenheit einigermassen gestört, bald mit mächtigen Flügelschlägen über unseren Häuptern kreiste, bald kreischend zum Horste zog. Von diesem Standpunkte aus lässt sich so ziemlich das ganze Inselchen überblicken, welches in der Gestalt eines sanft gewölbten Hügelrückens, kaum eine Stunde im Umfange haltend, gegen Ost und Süd allmälig zum Meeresspiegel abfällt, gegen Nord und West aber von einer Reihe steiler, mitunter pittoresk geformter Klippen umgeben ist, Produkten der Brandung, welche fort und fort ihr Zerstörungswerk treibt, wie wir es später am Strande selbst deutlich beobachten konnten, dem vielfach zerfressenen und unterminirten, wo seltsam gurgelnde Laute aus der Tiefe herauf uns verkündeten, dass das nagende Wasser schon tief eingedrungen und langsam aber unaufhaltbar in seinem Vernichtungskampfe gegen das Festland vorwärts strebt. Jahrhunderte werden vergehen, bis dieser Kampf beendet ist und der blaue Seespiegel jene liebliche Stelle deckt, wo wir zum erstenmale die Pracht einer echt südlichen Vegetation bewundern konnten. Was wir bisher in Istrien gesehen, waren entweder nur unserer Heimat fremde Culturen, wie die des Oel- und Mandelbaumes, oder einzelne südliche Pflanzenarten, wie z. B. Allium roseum L., Arum italicum L., bei Pirano, Cynoglossum cheirifolium L., Anchusa italica L., Caucalis daucoides L., Serapias pseudocordigera W., Ophris arachnites Seop., Ophris speculum Bat., Stipa pennata L. bei Parenzo, Cistus salviaefolius L. bei Cittanuova u. s. w., welche zwar den Sammler fortwährend in Athem zu halten, die Fisiognomie einer Vegetation aber nicht zu bestimmen im Stande sind. Diese Fisiognomie stellt sich nun auf unserer Scoglie gänzlich verändert dar, namentlich auf deren nördlicher, von der Cultur vermuthlich niemals berührten Hälfte. Lorbeer- und Myrtengebüsche bedecken in dichten Gruppen den Boden, kleine Plätzchen zwischen sich freilassend, auf welchen der imposante Asphodelus ramosus allüberall seine armleuchterförmigen Blüthenstände hervorleuchten lässt, eine herrliche Pflanze, und sicherlich eine andere Art, als jene düstere der odisseeischen Asphodeluswiesen, wo Minos Gericht über die Seelen hielt. (Leider sind mir alle auf San Nicolo gesammelten Exemplare dieser Art während der weiteren Seefahrt verdorben).

Ist hier auch von keinen Lorberhainen die Rede, wie ich sie später um Abbazia bei Fiume gesehen, so ist das Lorbergebüsch doch äusserst kräftig entwickelt, und insbesonders hoben sich hübsch die saftgrünen jungen Triebe vom alten dunklen Laube ab, wie überhaupt das Auge hier so angenehm befriedigt wird durch die so vielfältigen Nüancen von Grün, im Gegensatze zu dem eintönigen Colorite der Oelpflanzungen an der bisher beobachteten istrischen Küste. Der sperrige Paliurus aculeata, die dunklen Myrten und Phyllirien, der schon erwähnte doppelfärbige Lorber, die hellgrünen Pistazien (Pistacia Lentiscus), wie sie alle hier wuchern, geben eine prächtige Farbenmischung; zu ihnen gesellt sich noch die rauhe Stechwinde (Smilax aspera) mit ihren fettglänzenden epheuartigen Blättern, — wie mit Eisenklammern haftet sie an den Stämmen, an denen sie sich emporwindet, oftmals wieder verstrickt sie ganze Gebüsche zu einem wirren Chaos, oder verschönert sie wieder, indem sie sie mit prächtigen Guirlanden verbindet, zu welchen oft auch der zartere, aber freudiger grüne Tamus communis sich gesellt.

So ziemlich den ganzen Tag brachten wir auf der kleinen Insel mit Sammeln und Beobachten ihrer vegetativen Erzeugnisse zu; als Resultat dieses Ausfluges diene folgendes Verzeichniss:

Ranunculus muricatus. L. Auf Wiesen.
„ Tomasinii. Rchb. (Eine weniger gedrungene Form des vorigen, mit rankenförmigen beblättertenAusläufern.) An Mauern.
„ parviflorus. L. Auf Wiesen.
Clematis recta. L. Unter Gebüsch.
Sysimbrium Thalianum. Gaud.
Cardamine hirsuta. L.
Draba verna. L.
Helianthemum salicifolium. Pus. Auf steinigen Plätzen.
Viola odorata. L
„ suavis. M. B. (Nicht mehr blühend.)
Alsine setacea. M. & K.
Geranium sanguineum. L.
Paliurus aculeatus. Lam.
Pistacia Lentiscus. L.
Anthyllis vulneraria. L. var. Dillenci.
Trifolium stellatum. L.
Trifolium nigrescens. Vis.
Scorpiurus sulvillosa. L.
Coronilla Securigera. L. An der Küste unter Gebüsch.
Vicia grandiflora. Scop.
Lathyrns Aphaca. L.
„ Cicera. L.
Prunus spinosa. L.
Crataegus manogyna. Icq.
Punica Granatum. L. Cultivirt, noch nicht blühend.
Myrtus communis. L.
Saxifraga tridactyliles. L
Tordylium apulum. L. Sehr zahlreich auf der Wiese unter dem Meyerhofe.
Hedera Helix. L.
Cornus mas. L.
Lonicera etrusca. Sant.

Centranthus ruber. Dl. Auf den Gartenmauern.
Bellis sylvestris. Cass. Auf Wiesen.
Calendula arvensis. L.
Rhagodialus stellatus. Gacrt. Auf sandi en Stellen.
Picridium vulgare. Derf.
Galasia villosa. Cass.
Crepis cernua. Ten.
Phyllirea latifolia. L.
Convulvulus Cantobrica. L
Symphytum bulbosum. Schimp.
Scrophularia peregrina. L.
Antirrhinum majus. L. Auf Mauern.
Veronica Buxbaumii. Tin.
„ hederifolio. L.
Thymus serpyllum. L.
Glechoma hederacea. L.
Lamium purpureum. L.
Ajuga Chamaepitis. Schreb.
Statice cancellata. Bernk. Am Strande, noch nicht in der Blüthe.
Laurus nobilis. L.
Euphorbia Pinea. L.
„ helioscopia. L.
„ Cyparissias. L.
Parietaria diffusa. M. K.
Quercus Ilex. L.
Pinus Pinea. L. Cultivirt.
Iris pallida. Lam. In prachtvollen Exemplaren, nahe dem Meyerhof.
Asparagus acutifolius. L. Unter Gebüsch, schon verblüht.
Smilax aspera. L.
Tamus communis. L.
Asphodelus ramosus. L.
Muscari comosum. Mill.
Festuca rigida, L.

Sind einzelne der hier angeführten Sorten theils durch ihre Seltenheit, theils durch ihre Schönheit, sowie viele durch ihren vorwiegend südlichen Charakter ausgezeichnet, so wird es die Vegetation dieser kleinen Scoglie durch deren massenhaftes Auftreten umsomehr, wenn man hiezu noch in Anrechnung bringt, dass hiebei nur die Flora einer Vegetationsperiode, des Spätfrühlings, zu schildern versucht, und gar vieler Ubiquisten gar nicht gedacht wurde.

Lussin.

Beim ersten Anblick macht diese Insel als Vegetationsbild einen weit dürftigeren Eindruck; während die vorhin erwähnte Scoglie mit ihren geringen Bodenerhebungen allüberall dem üppigsten Pflanzenleben Raum bietet, starren hier dem Besucher, sobald der Dampfer in den herrlichen, einem grossen Gebirgssee gleichenden Hafen einläuft, allerwärts kahle Berge entgegen, welche auch der reichen Handelsstadt Lussin piccolo kaum eine ebene Fläche zu ihrer Ausbreitung übrig liessen. Amphytheatralisch lagern sich da die Häuser an den steilen Bergeslehnen im inneren Winkel des Hafens übereinander, dem eigenthümlichen Landschaftsbilde erhöhten Reiz verleihend.

Dank einem Empfehlungsschreiben des R. v. Tommasini, dessen Name hier allein schon den Werth eines Geleitbriefes hat.

erlangten wir bald eine ganz zufriedenstellende Unterkunft in der Osteria della marina, welche wir jedem Reisenden mit voller Beruhigung empfehlen konnten, wo wir uns vorerst von der immerhin anstrengenden ununterbrochenen Reise von Graz ausruhten. Dagegen war ich am nächsten Morgen durch die Entdeckung keineswegs freudig überrascht, dass mein Reisekoffer am Dampfer verwechselt wurde, und sich nun mit seinem Inhalte an Wäsche und Trocknenpapier bereits an den Gestaden Dalmatiens befinden musste. Da galt es, vorerst dem Flüchtlinge Telegramme nachzusenden, und — wie jedes Uebel auch sein Gutes mit sich trägt — fand sich das Letztere bei dieser Gelegenheit in der Person eines deutschen Telegrafenbeamten, dessen Bekanntschaft und Zuvorkommenheit wir während unseres ferneren Aufenthaltes auf der Insel wesentliche Vortheile verdankten, nicht minder wie jener des Herrn Dr. Nikolitsch, eines wissenschaftlich hochgebildeten Mannes, welchen ich eben mit der Verfassung einer Geschichte und Topografie der Insel beschäftigt fand, und der mir stets auf das Liebenswürdigste mit Rath und That an die Hand ging. In unserer Osteria fanden wir auch einen ganz guten Mittagtisch und konnten daher vorerst uns über nichts beklagen, als höchstens über die enorme Hitze, welche Ausflüge während der Tageszeit fast zur Unmöglichkeit machte.

Der erste dieser Ausflüge am Nachmittage unserer Ankunft galt der nahegelegenen Stadt Lussin grande, die, was Bauart und pittoreske Lage anbelangt, sogar noch das reiche Lussin piccolo überstrahlt, wegen des weit ungünstiger situirten Hafens aber seinen ehemaligen Wohlstand fast gänzlich eingebüsst hat; freilich behaupten die strengen Geschäftsmänner von Lussin piccolo, dies rühre von der grösseren Leichtlebigkeit der Bewohner von Lussin grande her; darüber konnten wir kein Urtheil schöpfen, wohl aber von der Liebenswürdigkeit der letzteren, welche sie dem Fremdling entgegentrugen und mit welcher sie ihm ihre seltenen Kunstschätze in der schönen Kirche sowohl, als in dem Privathause der Witwe Grelich vorgewiesen. In der ersteren erschienen uns eine prachtvolle Marmorstatue einer Madonna von Sansovino, sowie einige Gemälde der venetianischen Schule und ein bedeutendes Basrelief besonders sehenswürdig; letztere, eine ehrwürdige Matrone, besitzt in ihrem Hause ein wahres Museum an Kunst- und Naturerzeugnissen aller Länder und Meere, welche ihr Gatte einst von seinen grossen Seereisen heimgebracht hatte.

Auf dem Wege nach Lussin grande, der, nebenbei gesagt, stets die herrlichsten Landschaftsbilder darbietet, überraschte uns bereits der ausgesprochen südliche Vegetationscharakter. Während schon die Gräser am Wege, als Festuca rigida, Aegylops ovata, Aegylops triuncialis, Cyrosurus echinatus u. s. w. einen von den heimischen Arten ganz verschiedenen Typus zeigen, manifestirt sich letzterer noch deutlicher in den Cistusbüschen, in den von der glänzenden Smilax dicht umklammerten Myrten und Phyllirien. Buschwerke, unter welchen die rothen Blüthen des Cyclamen repandum zahlreich hervorlugten, deren aber auch nur ein Exemplar sammt Knolle zu erbeuten bei der steinigen Bodenbeschaffenheit wir nicht so glücklich waren. Fremdartige Fumarien begegneten unserem Auge, welches endlich von Gruppen üppig gedeihender Agaven gefesselt wurde, die hier schon längst eingebürgert erscheinen, und wie wir an den Schaftresten abnehmen konnten, auch reichlich zur Blüthe gelangen. Auch eine Bewohnerin noch südlicherer Zonen sollten wir bald im Freien hier vorfinden, eine staatliche Phoenix dactilifera, die hier ebenfalls zur Blüthe, freilich jedoch nie zur Entwicklung geniessbarer Früchte gelangt.

Der nächste wundervolle Morgen fand uns schon um 4 Uhr im Boote, in welchem wir auf der spiegelglatten Fläche der herrlichen Scoglie Coludarz zuflogen, die sich quer vor den Hafen legt, und nur zwei nicht sehr breite Eingänge in denselben offen lässt, deren einer, am Porto falso, für grössere Fahrzeuge nicht praktikabel ist. Nach ungefähr einer Stunde war unser Ziel erreicht, und die ersten Schritte am Lande überzeugten uns schon wieder von einer reichen fremdartigen Vegetation. Vor allen waren es die weissen und rosenrothen Cistusröschen, sowie die prachtvoll violetten Blüthensträusse des Verbascum phoeniceum, welche unsere Blicke auf sich zogen; denn die ersteren bekamen wir am vorhergegangenen Tage nicht zu Gesichte, da sie ihre Blüthenkelche schon zeitlich Nachmittags schliessen; leider war die Aussicht für unsere Beobachtungen eine sehr beschränkte, durch mächtige Steinmauern, die als Begrenzung von Campagnen nur einen schmalen Fussweg frei lassen, so dass wir herzlich froh waren, als wir endlich die Westseite der Scoglie erreicht hatten, wo zwar knapp am Meeresstrande kein Pfad, doch aber wenigstens einiger Spielraum für botanische Aquisitionen vorhanden war. Als endlich der Steinwall doch ein Ende nahm, von dem

wir schon vermutheten, er werde uns den Einblick in's Innere der Insel gänzlich verwehren, wendeten wir uns letzterem zu; der Berg, oder vielmehr der steile Schotterhaufen, welchen wir zu diesem Zwecke erklimmen mussten, bot wenig Interessantes, doch als die Höhe erreicht war, konnten wir uns kaum satt sehen an der Blüthenpracht der Cistusröslein, welche das ganze weite Plateau als einen grossen Rosengarten erscheinen liessen, sowie an der herrlichen Rundschau über die nächsten Inseln und Scoglien.

Von Caludarz aus liessen wir uns an das nördliche Hafenende hinüberrudern, um von da aus nach dem Zielpunkte der Tagesordnung, Neresina, zu gelangen. Ein äusserst anmuthiger Weg mit vielerlei Abwechslung zwischen Berg und Thal, grünen Wiesen, Olivenpflanzungen, Lorbeer- und Myrtenwäldchen führt bald mitten durch die Insel, bald am östlichen Meeresstrande dahin. Im malerisch gruppirten Dörfchen Chiunschi, welches wir passirten, sahen wir kolossale Johannisbrotbäume, die gerade in voller Blüthe standen, die Abhänge gegen das Meer zu sind stellenweise mit der mediteranen Erica arborea dicht bedeckt, die bereits hier ihren Namen mit vollem Rechte trägt, leider aber schon verblüht war.

Neresine, an sich ein unbedeutendes Fischerdorf, kann man zu den reizendst gelegenen Punkten der Insel zählen, hart angedrückt am Fusse des Monte Ossero, der hier ganz imponirend wirkt, sind die Häuser des Ortes vielfach zwischen Rebenhecken und Gruppen von Olivenbäumen vertheilt, zwischen denen auch die schlanke Pinie nicht fehlt; den Mittelpunkt der ländlichen Geselligkeit bildet aber ein staatlicher Johannisbrotbaum mit seinem fast barroken elefantenfussartigen Stamme und Aesten am Cisternenbrunnen, hier ist das Ziel des abendlichen Stelldicheins der Bewohner, von hier aus werden die heimkehrenden Schifferboote beobachtet, deren rothe und weisse Segel sich so hübsch von der tiefblauen See abheben.

Ungefähr eine Stunde vom Dorfe entfernt befindet sich jene Meerenge, welche durch eine Ueberbrückung die Insel Lussin mit der Stadt Ossero auf der gegenüberliegenden Insel Cherso verbindet, eine Verbindung, welche während der französischen Occupation im Jahre 1859 unterbrochen war. Uns gelüstete es jedoch nicht nach dem Uebergang auf eine neue Insel, da bei der karg bemessenen Zeit uns Lussin schon fast zu gross erschien, sondern wir verfügten uns zunächst nach dem hart am Strande gelegenen

Franziskanerkloster, dem von R. v. Tomasini angegebenen Standpunkte der Tamarix africana. Bald waren wir so glücklich, drei Büsche dieser für Oesterreichs Flora so seltenen Pflanze aufzufinden, welche hier sicher ihren nördlichsten Standpunkt in Europa haben dürfte; leider waren sie von den Ziegen stark mitgenommen und nur zwei blühende Aestchen zu erhaschen; nicht minder waren wir erfreut über die dort befindlichen prächtigen Exemplare der Quercus coccifera. Zwei eben auf einer Barke von einem Terminirungszuge heimkehrende Franziskanermönche boten uns höchst zuvorkommend Gastfreundschaft und Nachtquartier im Kloster an; doch der daselbst vorherrschende Schimmelduft bestimmte uns, dankend abzulehnen, und in die bescheidene aber reinliche Dorfherberge zurückzukehren, woselbst wir auch einen Führer zur Besteigung des Mte. Ossero requirirten, die dann am nächsten Morgen unternommen wurde.

Es ist fürwahr ein Glück, dass Lussin und namentlich der Mte. Ossero den Touristen noch ein ziemlich unbekanntes Stück Erde ist, sonst hätten die frommen Patres an des letzterem Fusse kaum Zeit, seine Besucher von den unzähligen Flüchen zu absolviren, durch die Qual seiner Besteigung entlockt. Die ersten zwei Drittel des Weges hievon wurden als gut bezeichnet; wir hatten dagegen nichts einzuwenden, denn über Geschmack lässt sich eben nicht streiten, und das Hinansteigen an einem etwa 1200′ hohen steilen Trümmerhaufen mag auch seine Reize haben, gespannt waren wir aber auf das letzte Drittheil, welches man als sehr Schlimmes anerkannte, — auch von der Wahrheit dieses Ausspruches konnten wir uns bald hinreichend überzeugen. Denke man sich steile Abhänge von Felsblöcken, oder vielmehr vertikal gestellten Steinplatten gebildet, deren Oberfläche oder Kante oft nur messerrückenbreit ist, dazwischen tiefe Klüfte, die ein fortwährendes Springen von einem Block auf den anderen und dabei zugleich die grösste Vorsicht zur Pflicht machen, denke man sich ferner diese liebliche Partie im angenehmen Wechsel zwischen Erhebungen und Vertiefungen bis zum schneidigen Grate des Berges ununterbrochen fortgesetzt, so mag uns wohl Jeder zugestehen, dass entweder die botanische Ausbeute oder die Fernsicht sehr lohnend sein muss, um von diesem Berge ausser wunden Füssen auch noch eine angenehme Erinnerung heimzutragen.

Ersteres war nun leider nicht der Fall, ausser der Cardamine

thalictroides, welche spärlich an den Felsplatten vorkam, konnte ich keine seltenere Pflanze auffinden, nicht einmal trotz aller Bemühungen die von diesem Standorte angegebenen Arabis collina, Ten. und Astragalus argenteus, und als hübsch konnten wir gerade nur die Vegetation der Ostseite gegen Cherso hin bezeichnen, welche, durchwegs aus der eben blühenden Salvia officinalis bestehend, den ganzen Abhang als prachtvoll blauen Teppich erscheinen liess. Dagegen ist die Fernsicht über alle Beschreibung wundervoll, denn, obwohl nur 2000' hoch, gestattet der sich von allen Seiten unmittelbar aus dem Meeresspiegel emporhebende Berg die volle Ansicht über den ganzen Quarnero mit seinen zahlreichen Inseln und Scoglien, über die ganze Halbinsel Istrien, von den Masten im Kriegshafen von Pola aufwärts bis zum noch schneebedeckten Monte maggiore in der Bucht von Fiume, ebenso über ein grossartiges Gebirgspanorama, das, von den karnischen und julischen Alpen beginnend, sich forterstreckt zu den grotesken Kalkgebirgen des kroatischen Küstenlandes, der imposanten Velebich und den Ausläufern der schwarzen Berge, bis zu den fernen Gestaden von Zara, und westwärts endlich über das offene farbenschimmernde Meer, aus dem sich dem bewaffneten Auge in weiter Ferne die Umrisse der Wälle von Ankona abheben.

Die reinste, heiterste Luft hatte unseren Ausflug begünstigt, und ungern nur trennten wir uns von dem so schwer erkauften Anblicke jener zauberhaften Bilder, die sich nach jeder Richtung hin darboten, aber der steigende Sonnenbrand mahnte dringend zum Aufbruche; wir schlugen nun eine etwas östlichere Richtung ein, ohne im Ganzen mehr zu gewinnen, als eine grosse Ehrfurcht vor dem heiligen Gaudentius, dem Schutzpatrone der Insel, der einst in einer Höhle dieses Berges seinen Wohnsitz aufgeschlagen hatte, woselbst er sich der menschenfreundlichen Beschäftigung unterzog, sämmtliche Giftschlangen von Lussin nach Cherso zu verbannen. Ob die Chersoten damit sonderlich zufrieden sind, kann ich nicht sagen, aber die Lussinianer haben eine beispiellose Verehrung für ihren Santo Gaudentio, welchem sie nicht allein das vorerwähnte Ausweisungsdekret zuschreiben, sondern von dem sie auch behaupten, er habe sämmtliche Scorpionen, ja sogar die Honigbienen der Insel dahin gebracht, auf den Gebrauch ihrer Stachel fürder zu verzichten.

Von Neresine kehrten wir mittels einer Barke nach der

Bucht von Prilica zurück. Diese Gelegenheit benützte ich zugleich zum Besuche einer der kleinsten Scoglien, Osiris, welche eine üppige Vegetation von Euphorbia Wulfenii, Cynanchum fuscatum und Asphodelos ramosus aufwies, welch' letzterer aber leider schon verblüht war. In der kleinen Bucht von Prilica sahen wir eine wunderhübsche Algenvegetation, jedoch wegen ihrer grossen Tiefe unter dem Meeresspiegel für uns unerreichbar. Die zweistündige Seefahrt selbst zählen wir jedoch zu den schönsten Erinnerungen an den Aufenthalt in Lussin, der wunderbaren Farbentöne des Meeres in der Beleuchtung der Mittagssonne wegen, sowie des eigenthümlichen Spieles der Delphine, die beständig in lustigen Sprüngen unsere Barke umkreisten.

Von ferneren Ausflügen habe ich noch zu verzeichnen: Pto. San Martino und Pto. Zigale; in der Umgebung des letzteren fanden wir insbesonders die Pflanzenfamilie der Papilionaceen stark vertreten, endlich die Besteigung des Monte San Giovanni oberhalb Lussin grande, auf der Generalstabskarte irrthümlich als Mte. Calvario bezeichnet, welch' letzterer nur eine unbedeutende Erhöhung über der Stadt Lussin grande selbst bildet. Der Besuch des Mte. San Giovanni ist, was Fernsicht anbelangt, fast ebenso lohnend, als jener des Mte. Ossero, die Vegetation auf ersterem aber bedeutend entwickelter und der Aufsteig mit weit geringerer Anstrengung verbunden. Besonders schön repräsentirt sich von diesem Berge aus die eigenthümlich terassenartig aufgebaute Sandinsel Sansego in Westen, wie auch das Landschaftsbild selbst durch die Mitansicht des höheren Mte. Ossero nur gewinnt.

Nach fünf Tagen angenehmen Aufenthaltes verliessen wir nur ungern das interessante Eiland, welch' seiner vielen tief eingeschnittenen Buchten und seiner sonstigen eigenthümlichen Bodenconfiguration wegen zur gründlichen Durchforschung wohl einen weit längeren Aufenthalt nöthig machte. Am Bord des uns nach Triest führenden Dampfers erhielt ich auch meinen Koffer, der sich mittlerweile in Spalato aufgehalten; nun konnte mir sein löschpapierener Inhalt leider nichts mehr nützen, so sehr ich ihn auch in Lussin ersehnte, woselbst ich in seiner Ermanglung das Einlegen von Pflanzen möglichst beschränken musste. Als Ergebniss meiner daselbst gemachten Sammlungen und Aufzeichnungen verzeichne ich:

Clematis Flammula. L. In Gebüschen der nördlicheren Hälfte.
Adonis automnalis. L.
Ranunculus Tomasinii. Rchb.
„ parviflorus. L. var. Schraderianus. Tom. Auf Colludarz.
Papaver Rhoeas. L.
Fumaria officinalis. L.
„ agraria. Lag. Bei Lussin grande.
„ parviflora. Lam. Bei Lussin grande und Pto. Zigale.
Cardamine sylvatica. Lh. Pto. Zigale.
„ thalichoides, Nasturtium lippizense. Dl. Zigale.
Mathiola sinuata R. Br. Lussin piccolo.
Cheiranthus Cheiri. L. Häufig an den Steinmauern und weithin duftend.
Sysimbrium officinale. L
Sys. Thalianum. Gaud.
Draba verna. L.
Hutschinsia petraea. R. Br. Spitze des Mte. Ossero.
Aethionema saxatile. R. Br. Colludarz. Mte. Ossero.
Helianthemum guttatum. Mell.
Cistus monspeliensis. L.
„ creticus. L.
„ salvifolius. L.
Reseda Phytheuma. L. Gegen Lussin grande.
Silene inflata Sm.
„ gallica. L. Colludarz.
Alsine mucronata. Sibth.
Sinum gallicum. L.
„ tenuifolium. L.
Erodium malacoides. Wild. Mte. S. Giovani.
Erodium cicutarium. L. Her.
Geranium pusillum. L.
Oxalis corniculata. L. Besonders häufig bei Pto. S. Martino.
Ruta divaricata. Ten. Pto. S. Martino.
Ruta bractiosa. Dl. Mte. S. Giovanni.
Paliurus aculeatus. Lam.
Pistacia Lentiscus. L.
Spartium junceum. L. bei Chiunschi.
Anthyllis vulneraria. L. var. Dillenii.
Medicago sativa. L.
„ falcata. L.
„ orbicularis. Alt. Pto. Zigale.
„ lupulina. L.
Securigera Coronilla. Dl. Colludarz.
Melilotus gracilis. Dl. Pto. Zigale.
Trifolium stellatum. L.
„ lappaceum. L.
„ suffocatum. Mt. S. Giovanni.
„ nigrescens. Vio. Colludarz.
Bonjeania hirsuta. Reich. Colludarz. Lussin.
Lotus corniculatus. L.
„ ornithopoides. L. Pto. Zigale.
Colutea arborescens. L. Bei Neresina.
Scorpiurus subvillosa. L.
Vicia angustifolia. Kolh.
„ lutea L. Colludarz.
„ peregrina. L.
„ grandiflora. Scop. Pto. Zigale.
Ervum gracile. Dl. Pto. Zigale.
„ nigricans. M. B.
Lathyrus Aphaca. L. Pto. Zigale.
„ sphaericus. Betz. Pto. Zigale.
„ Cicera. L. Pto. Zigale.
Ceratonia Siliqua. L.
Tamarix africana Pois.
Myrtus communis. L.
Polycarpon alsinefolium. Dl. Lussin.
Herniaria incana. Lam. M. S. Giovanni.
Saxifraga tridactylites. L. Mte. Ossero.
Bupleurum aristatum. Bartl.
Tordylium apulum. L. Pto. Zigale.
Torilis nodosa. Gaertn.
Scandix pecten veneris. L. Lussin gr.
Viburnum Tinus. L. Bei Chiunschi.
Centranthus ruber. Dl. Auf Mauern, weiss und roth blühend.
Vaillantia muralis. L. Mt. S. Giovanni.
Micropus erectus. L. Bei P. S. Martino.
Pallenis spinosa. Cass. Pto. Zigale.
Helichrysum angustifolium. Dl. Blätter.
Anthemis Cotula. L
Calendula arvensis. L.
Rhagadiolus stellatus. Gaertn.

Picris hieracioides. L.
Urospermum Dolechampii. Desf. Lussin.
Picridium vulgare. Desf. Colludarz.
Arbutus Unedo. L. Bei Neresina.
Erica arborea. L.
Olea europaea. L.
Phyllyrea media. L.
Cynanchum fuscatum. Sh. Colludarz, Osiris.
Chlora perfoliata. L. Bei Neresina.
Erythraea pulchella. L.
Convulvulus tenuissimus. Sibth.
„ Cantabrica. L.
Cynoglossum pictum. Ait.
„ cheirifolium. Scop.
Onosma stellulatum. W. K. Lussin grande.
Hyoscyamus albus. L. An den Kirchenmauern von Lussin grande.
Verbascum phoeniceum. L. Colludarz.
Antirrhinum majus. L. Auf Mauern in vielerlei Farbenvarietäten.
Salvia officinalis. L. Sehr gemein.
Thymus angustifolius. L. Bei Neresine.
Prasium majus. L. Bei Neresine.
Ajuga Chamaepytis. Schreb.
Teucrium montanum. L.
Anagallis tenella. L. Mt. S. Giovanni, Pto. Zigale.
Cyclamen repandum. Sibth. Bei Lussin grande u. am Mt. S. Giovanni.
Statice cancellata. R. Am Strande.
Plantago Caronopus. L. Am Strande.
„ serpentina. Lum. Pto. S. Martino.
Passerina hirsuta. L. Colludarz.
Euphorbia helioscopia. L.
„ Cyparissias. L.
„ pinea. L.
„ Lathyris. L.
„ Wulfenii Appe. Besonders häufig und üppig in der Umgebung des Mte. Ossero, einen unangenehmen Geruch verbreitend. Der Milchsaft dieser Pflanze wird Feigen beigemengt, u. solche als Purgirmittel genossen.
Ficus carica. L.
Quercus Ilex. L.
„ coccifera. L.
Juniperus macrocarpa. Sibth. M. Ossero.
Pinus Pinea. L.
Orchis Tephrosanthos. F. S. Bei Neresina.
Arum italicum. L. Bei Lussin grande.
Agave americana. L.
Asparagus acutifolius. L.
Smilax aspera. L.
Tamus communis. L.
Ruscus aculeatus. L.
Asphodelus ramosus. L.
Ornithogalum pyrenaicum. L.
Allium roseum. L. Pto. Zigale.
Lagurus ovatus. L.
Briza maxima. L. Sehr verbreitet.
Cynosurus echinatus. L.
Festuca rigida. Konth.
„ Myuros. Aucl. Bei Lussin pic.
Bromus sterilis. L.
Hordeum murinum. L.
Aegilops triuncialis. L.
„ ovata. L.

Beiträge zur Kenntniss der Basalte Steiermarks und der Fahlerze in Tirol.*)

Von **Gustav Untchj,**
Assistent am chemischen Institute der k. k. Universität zu Graz.

Analyse eines dichten Basaltes von Weitendorf bei Wildon, und eines dichten Basaltes und einer Basaltlava von Klöch bei Gleichenberg.

Die von der östlichen Grenze Steiermarks aus den tertiären Ablagerungen auftauchenden Basalte, beim Curorte Gleichenberg, welcher der ganzen Gruppe den Namen gibt, in nahen Beziehungen zu einem feldspathreichen Trachyt, sind seit alter Zeit Gegenstand der Aufmerksamkeit der Geologen. Neuerlich hat sich Dr. J. Andrä während seiner Aufnahmsarbeiten damit beschäftigt (vergl. dessen Abhandlung im Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt, VI. Bd., 1855, Seite 65, wo auch die ältere Literatur verzeichnet ist) und das geologische Alter derselben und des ihnen vorausgegangenen Trachyts genauer bestimmt, als dies vorher möglich war. In dieser Beziehung gibt das Werk von Bergrath Stur: Die Geologie der Steiermark, Graz 1871, Seite 105 und 114 genauere Auskunft. Ueber die chemische Zusammensetzung dieser Gesteine ist jedoch mit Ausnahme einer Arbeit von Herrn Fr. R. v. Fridau, die sich übrigens nur auf den Trachyt bezieht, nichts bekannt geworden. In neuester Zeit begann Herr Dr. Konrad Clar eine genaue Untersuchung der Gegend von Gleichenberg mit besonderer Rücksicht auf deren Mineralquellen. Ihm verdanke ich das Materiale von Klöch, nördlich von Radkersburg und die über die Lagerungsverhältnisse beider Gesteinsvarietäten folgende Notiz.

Schon früher hatte mich Herr Professor Peters zur Analyse des Basaltes von Weitendorf veranlasst, da es ihm darum

*) Als Doctordissertation des Verfassers gleichzeitig gedruckt.

zu thun war, dass die Natur des Gesteins von diesem der Gleichenberger Gruppe so weit entrückten Punkte genauer ermittelt werde, als dies auf mikroscopischem Wege möglich war.

Im Begriffe, die Basalte vom Hochstradenberge und einigen anderen Gebirgsmassen aus der Nähe des berühmten Curortes in Arbeit zu nehmen, glaube ich das Ergebniss einer Untersuchung der Gesteine von den genannten zwei äussersten Vorposten der Gleichenberger Gruppe voran schicken zu dürfen.

Nächst Weitendorf, ungefähr eine Stunde westlich von Wildon und 2½ Meilen südlich von Graz, also nahe am südlichen Rande jener länglichen Mulde, die man das Grazer Feld nennt, läuft der sie westlich begrenzende Hügelzug aus (tertiärem) Schotter und Lehm in einen kaum merklich höheren Sporn aus, den das Kainachflüsschen vor nicht sehr langer (geologischer) Zeit gestreift haben muss. Dermalen ist es ganz nahe an den aus miocänem Sandstein, Mergel und (bei Wildon) Nulliporenkalkstein bestehenden Höhenzug heran gekommen, der das Grazer Feld im Süden vollkommen abschliessen würde, wenn nicht die Mur, den diluvialen Durchriss im Nulliporenkalkstein zwischen Wildon am rechten und Schloss Weissenegg am linken Ufer benützend und erweiternd, hindurchbräche, um aus dem Grazer in das sogenannte Leibnitzer Feld zu gelangen.

Jener Sporn besteht in überraschender Weise aus einer ziemlich umfangreichen Basaltmasse, die der Beschauer aus der Ferne hier kaum vermuthen würde. Leider ist die Berührung des plattenförmig zerklüfteten Basalts, in dem ein paar geräumige ungefähr acht Meter hohe Steinbrüche angebracht sind, und der nördlich an ihn stossenden Tertiärablagerung (der I. marinen Stufe) ganz und gar nicht entblösst, so dass der zwischen dem Eruptivgestein und Mergel ohne Zweifel bestehende Contact der Beobachtung völlig entzogen bleibt. Von mehreren Seiten wird versichert, dass jenseits des Kainachflüsschens, hart am Wasser, unter den Tertiärschichten (devonischer) Thonschiefer zu Tage tritt. Es scheint demnach, dass der Durchbruch des Basaltes durch eine Spalte im Grundgebirge, die gerade hier fast bis zu Tage ausgeht, begünstigt wurde.

Das Gestein hat in neuester Zeit als Schottermateriale starke Anwendung gefunden und wird bis in die Umgebung des Wiener Südbahnhofes verführt.

Die Absonderung ist, wie schon bemerkt, plattenförmig und ziemlich gleichlaufend, beinahe senkrecht, hie und da kommen Kreuzklüfte vor, doch ohne dem Ganzen eine Spur von Säulenbildung zu geben. Auch kugelige Formen werden nicht bemerkt. Was die Gleichförmigkeit gleichmässig dichter Textur stellenweise unterbricht, das sind mehr oder weniger umfängliche Ausscheidungen von Kiesel, zumeist Chalcedon von bläulicher Farbe oder farblosem, wohl auch gelblichem Quarz, und von kohlensaurem Kalk. Letzterer sitzt als ziemlich nett krystallisirter Calcit (herrschend — 2 R) in der Regel innerhalb der Drusenräume von Quarz, als Aragonit ist er in stengeligen Aggregaten der Chalcedonbildung vorangegangen oder begleitet sie in concentrisch feinschalig-traubiger Wechsellagerung. Zumeist haben Gebilde letzterer Art eine so feine Struktur, dass sie nur in Dünnschliffen deutlich genug hervortritt. Man zählt hie und da 25 bis 30 Lagen auf ein Centimeter der ausgeschiedenen Masse. Dabei zeigt sich, dass letztere der Basaltsubstanz auf das innigste anhaftet, ohne durch Zersetzungserscheinungen mit ihr verschmolzen zu sein. Eigentliche Mandelsteinformen fehlen beinahe gänzlich, auch kommen jene Ausscheidungen, vielbuchtig oder zackig gestaltet, selten in kleinen Dimensionen, nirgends gleichmässig im Gestein vertheilt vor. Wo sie nicht schon mit freiem Auge zu bemerken sind, werden sie auch unter dem Mikroscope weder für sich gesehen, noch bei Benetzung der Schliffe mit Säuren durch Aufbrausen verrathen.

Die Farbe des Basalts ist ein tiefes Schwärzlichgrau, im feuchten Zustande beinahe schwarz. Seine Tenacität ist eine sehr bedeutende und phonolithartig klingt er am Hammer. Nicht mit freiem Auge, wohl aber unter der Loupe werden Feldspath- und Olivinkryställchen wahrgenommen, von letztgenantem Mineral niemals regellos rundliche Einschlüsse.

Die umfangreiche Basaltpartie von Klöch bildet innerhalb der miocänen Ablagerungen der obersten oder „Süsswasser-Stufe“ den südlichsten Flügel der Gleichenberger Gruppe und tritt an die Murthalniederung von Radkersburg nahe heran. Der Marktflecken Klöch selbst liegt am Ausgange einer südwärts sich öffnenden Thalschlucht, die sich aus der basaltischen Masse entwickelt.

Die geologischen Verhältnisse dieser im Einzelnen noch zu

wenig untersuchten Gegend sind namentlich dadurch interessant, dass dichter Basalt und Basalt-Tuff an beiden Gehängen des Höhenzuges, der sich zwischen Klöch und dem Dorfe Jörgen vom Kindsbergkegel, dem höchsten Punkte, südwärts erstreckt, in Wechsellagerung entblösst sind. Erster bildet sowohl in vielfacher, kleinblöckig-hackiger Zerklüftung den Grund jener Thalschlucht, als auch die höchste Kuppe des Kindsbergkogels selbst, nördlich vom Marktflecken.

Ueber jenen wechsellagernden Bänken erscheint am Seindlberge eine Breccie aus grossen Brocken von durch und durch schwammig-porösem Gestein, die durch ein rothbraunes wackenartiges Bindemittel mit einander verkittet sind. Die von verschwindender Kleinheit bis zur Grösse einer Bohne wechselnden Hohlräume sind kugelig-buchtig, dicht gedrängt, ohne Spur von einseitiger Streckung oder sonstiger Anordnung. Sie enthalten keinerlei Mineralausscheidung, eine verschwindend feine graue Rinde etwa ausgenommen, welche die nicht ganz matte Fläche der Höhlen stellenweise überzieht. Die Farbe ist im Innern der Brocken ein ziemlich intensives Graubraun, an deren Umfang in gelblichgrau und grauweiss übergehend. Grün erscheint ganz und gar nicht.

Ueber die Beziehungen der basaltischen Gebilde zu den geschichteten Tertiärablagerungen ist aus dieser Gegend nichts näheres bekannt, doch liegt kein Grund vor, zu bezweifeln, dass der dichte Basalt hier dem des Hochstradenberges (Gleichenberg Südost) wie in den Formverhältnissen, so auch im Alter entspreche.

Besonders bemerkenswerth ist, dass in der compacten Basaltmasse sowohl hier als auch am Hochstraden zwei Varietäten unterschieden werden: ein ganz dichtes dunkelgraues Gestein, welches winzige, nie mehr als erbsengrosse Einschlüsse von einem gelben glashellen Mineral, etwas grössere krystallinische Nester von weisslichem Ansehen, die kein Carbonat sind, und einzelne 1 bis 3 Millimeter grosse Kryställchen einer Feldspathart enthält, und zweitens eine minder frisch aussenende lichtere Masse, die am Bruche uneben feinkörnig erscheint. Letztere enthält nichts, was man für Olivin ansprechen könnte. Bei Klöch und am Hochstraden ist sie die herrschende, doch sind ihre genetischen Beziehungen zur dichten Varietät nicht ganz klar. Keinesfalls bildet letztere deutlich aufsetzende Gangmassen.

Der Analyse wurde das dunkelgraue dichte Gestein und die schwammig-poröse Masse jener Breccie unterzogen.

Die qualitative Untersuchung ergab für beide Basalte und die Basaltlava dieselben Bestandtheile. Es wurden Eisenoxyd, Eisenoxydul, Spuren von Mangan, Thonerde, Kalk, Magnesia, Kali, Natron, Kieselsäure, Titansäure, Phosphorsäure, im dichten Basalt von Klöch auch Spuren von Fluor gefunden. (Magnesia und Phosphorsäure waren im Weitendorfer Basalt nur in unbestimmbaren Mengen vorhanden.)

Zur quantitativen Analyse wurden immer je zwei Portionen angewendet, wovon die eine durch Schmelzen mit kohlensaurem Natronkali, die andere zur Bestimmung der Alkalien mittelst wässeriger Flusssäure aufgeschlossen wurde. Alles Eisen wurde zunächst als Eisenoxyd gefällt. In einer neuen Menge des Gesteins aber wurde das Eisenoxydul durch Titriren mit übermangansaurem Kali bestimmt. Der Gang der quantitativen Analyse war folgender:

Das fein gepulverte, bei 100° C. getrocknet abgewogene Gestein wurde mit kohlensaurem Natronkali geschmolzen und, nach dem Digeriren und Uebersättigen mit Salzsäure, zur Trockne verdampft. Der Rückstand wurde zuerst mit Salzsäure, dann mit kochendem Wasser behandelt und endlich die Kieselsäure abfiltrirt und gewogen.

Das Filtrat wurde, um das Eisenoxydul in Oxyd umzuwandeln, mit Salpetersäure versetzt, durch Eindampfen stark concentrirt und, um die Phosphorsäure zu fällen, mit einem Ueberschuss von in Salpetersäure gelöstem molybdänsaurem Ammon vermischt. Zur ammoniakalischen Lösung des entstandenen Niederschlags wurde schwefelsaure Magnesia gegeben und die Phosphorsäure als pyro-phosphorsaure Magnesia gewogen.

Die vom Phosphorsäure-Molybdansäure-Ammon-Niederschlag abfiltrirte Flüssigkeit wurde in einem verschliessbaren Kolben mit Ammoniak und Schwefelammonium versetzt und damit digerirt.

Der entstandene Niederschlag, welcher aus Schwefeleisen, Thonerdehydrat und Titansäure bestand, wurde in Salzsäure gelöst. Nach der Oxydation des Eisenoxyduls mit Salpetersäure wurde die Lösung mit Ammoniak übersättigt und die Gesammtmenge des Niederschlags bestimmt. Nun wurde derselbe in Schwefelsäure gelöst und nach dem Verjagen der überschüssigen Schwefelsäure

wurden die gebildeten schwefelsauren Salze mit viel Wasser anhaltend gekocht und die Titansäure, welche bei dieser Operation herausfällt, von Eisen und Thonerde getrennt.

Die Lösung, welche noch schwefelsaures Eisenoxyd und schwefelsaure Thonerde enthielt, wurde mit Weinsäure versetzt, mit Ammoniak übersättigt, das Eisen mit Schwefelammonium gefällt und dieses schliesslich als Eisenoxyd bestimmt.

Die schwefelsaure Thonerde enthaltende Lösung wurde in einer Platinschale unter Zusatz von Schwefelsäure zur Trockne verdampft, bis zum vollständigen Verbrennen der Weinsäure erhitzt und endlich mittelst des Gasgebläses so lange geglüht, bis alle Schwefelsäure entfernt war. Der Rückstand, der aus reiner Thonerde bestand, wurde abgewogen.

Um den Kalk und die Magnesia in dem Filtrate, welches noch Schwefelmolybdän-Schwefelammonium enthielt, zu bestimmen, wurde das Schwefelmolybdän mit Salzsäure gefällt und im Filtrate der Kalk mit oxalsaurem Ammon niedergeschlagen.

Der oxalsaure Kalk wurde schliesslich in schwefelsauren Kalk übergeführt.

Im Filtrate vom oxalsauren Kalk wurde die Magnesia mit phosphorsaurem Natron gefällt und als pyro-phosphorsaure Magnesia bestimmt.

Alle Niederschläge wurden auf ihre Reinheit geprüft und in denjenigen Fällen, in welchen sich eine Trennung als unvollständig erwiesen hatte, wurde dieselbe nochmals wiederholt. Die Kieselsäure hinterliess stets nach dem Behandeln mit wässeriger Flusssäure und Schwefelsäure einen Rückstand, welcher, als Titansäure erkannt, zur Hauptmenge der letzteren gerechnet wurde.

Zur Bestimmung der Alkalien wurde eine zweite Portion des Gesteins mit wässeriger Flusssäure aufgeschlossen. Nachdem die übrigen Bestandtheile auf die früher angegebene Weise nochmals bestimmt worden waren, trennte man die Alkalien von der Magnesia mit Kalkmilch. (Die Kalkmilch war aus gebranntem Marmor dargestellt. Dieselbe wurde mehrmals in einer Silberschale mit Wasser ausgekocht und eine nachher vorgenommene Prüfung ergab die völlige Abwesenheit von Alkalien.) Jedoch gelang die Trennung nach einmaliger Behandlung nicht und es musste die Operation immer zwei- bis dreimal wiederholt werden. Die Alkalien wurden zunächst als schwefelsaure Salze zusammen gewogen,

dann das Kali als Kaliumplatinchlorid und die Menge des Natrons als schwefelsaures Salz direct bestimmt.

Das Titriren des Eisenoxyduls ergab bestimmbare Mengen desselben bloss in den beiden dichten Basalten, also keine in der Basaltlava. Die Aufschliessung wurde in einem geräumigen Platintiegel mit wässeriger Flusssäure in einer Atmosphäre von Kohlensäure vorgenommen und das Eisenoxydul durch Titriren mit übermangansaurem Kali bestimmt.

Mit dem Magnet konnte demgemäss Eisenoxyduloxyd auch bloss in den beiden dichten Basalten aufgefunden werden und weiter unten wurde die Menge desselben angegeben, welche mir möglich war, aus dem dichten Basalt von Klöch auf diese Art auszuziehen. (Da mir das Ausziehen mit einem gewöhnlichen Magnetstabe nicht gelang, so wandte ich einen Electromagnet an. Das fein gepulverte Mineral wurde im Wasser suspendirt und der Electromagnet darin herumgeschwenkt. Um die mechanisch anhängenden fremdartigen Theilchen zu entfernen, wurde derselbe hierauf in ein Gefäss mit Wasser eingetaucht und endlich in ein zweites Gefäss mit Wasser gebracht, worauf der electrische Strom unterbrochen wurde. Nachdem die anhängenden Magneteisentheilchen sich vom Eisenstab losgelöst und abgesetzt hatten, wurde dieselbe Operation wiederholt, um eine Beimengung von nicht magnetischen Theilchen nach Möglichkeit zu vermeiden. Das gereinigte Eisenoxyduloxyd wurde auf einem bei 100° C. getrockneten und abgewogenen Filter gesammelt und nach dem Trocknen bei 100° C. gewogen.)

Der Wassergehalt der bei 100° C. getrockneten Substanz wurde durch Glühen bestimmt. Die Basaltlava ergab, auf diese Weise behandelt, keinen Gewichtsverlust.

Die Analyse führte zu folgendem Ergebniss:

Für den Basalt von Weitendorf:

I. 1,8670 Gr. bei 100° C. getrocknet erlitten beim Glühen einen Gewichtsverlust von 0,0674 Gr.

II. 1,5631 Gr. bei 100° C. getrockneter Substanz mit kohlensaurem Natronkali aufgeschlossen, ergaben:

Kieselsäure	0,8158 Gramm.
Eisenoxyd	0,2473 „
Thonerde	0,2486 „

Titansäure . . . . . 0,0228 Gramm.
Kalk . . . . . 0,3730 „

III. 1,2972 Gr. desselben Gesteins bei 100° C. getrocknet, mit Flusssäure aufgeschlossen, ergaben:

Eisenoxyd . . . . . 0,2050 Gramm.
Thonerde . . . . . 0,2191 „
Titansäure . . . . . 0,0186 „
Schwefelsauren Kalk 0,1571 Gr. entspr. CaO 0,0647 „
Gesammtmenge der schwefelsauren Alkalien . 0,1148 „
Kaliumplatinchlorid 0,1558 Gr. entspr.
K_2SO_4 0,05548 Gr. entspr. 0,03003 „ K_2O
Schwefels. Natron Na_2SO_4 0,05820 „ „ 0,02542 „ Na_2O
0,11368 Gr.

In 1,1386 Gr. Substanz wurde durch Titriren mit übermangansaurem Kali 0,04289 Gr. Eisenoxydul erhalten. Dieser Menge entsprechen 0,04766 Gr. Eisenoxyd. Die in der angegebenen Menge des Gesteins enthaltene Menge Eisenoxyds ist somit gleich 0,17993 — 0,04766 = 0,13227 Gr.

In 100 Theilen:

	I.	II.	III.	Mittel
Wasser	3,61	—	—	3,61
Kieselsäure	—	54,08	—	54,08
Eisenoxyd	—	11,62	11,62	11,62
Eisenoxydul	—	4,18	4,18	4,18
Thonerde	—	15,90	16,89	16,39
Titansäure	—	1,46	1,43	1,44
Kalk	—	4,84	4,99	4,91
Magnesia	—	Spuren	Spuren	Spuren
Kali	—	—	2,31	2,31
Natron	—	—	1,96	1,96
Phosphorsäure	—	Spuren	Spuren	Spuren
				100,50

Dichter Basalt von Klöch:

I. 1,4375 Gr. bei 100° C. getrocknet erlitten beim Glühen einen Gewichtsverlust von 0,0608 Gramm.

II. 1,8313 Gr. bei 100° C. getrocknete Substanz mit kohlensaurem Natronkali aufgeschlossen, ergaben:

Kieselsäure . . . . . 0,7830 Gramm.
Eisenoxyd . . . . . 0,3895 „
Thonerde . . . . . 0,2121 „

Titansäure . . . . . 0,0346 Gramm.
Schwefelsauren Kalk 0,1080 Gr. entspr. CaO . 0,0445 „
Pyro-phosphors. Magnesia 0,1069 Gr. entspr. MgO 0,0385 „
Pyro-phosphorsaure Magnesia 0,0253 Gr. entspr.
Phosphorsäure . . . . . 0,01618 „

III. 1,5593 Gr. desselben Gesteins bei 100° C. getrocknet, mit Flusssäure aufgeschlossen, ergaben:

Eisenoxyd . . . . . 0,3320 Gramm.
Thonerde . . . . . 0,1805 „
Titansäure . . . . . 0,0283 „
Schwefelsauren Kalk 0,0760 Gr. entspr. CaO . 0,031294 „
Pyro-phosphorsaure Magnesia 0,0215 Gr. entspr.
Phosphorsäure . . . . . 0,013750 „
Gesammtmenge der schwefelsauren Alkalien . 0,4750 „
Kaliumplatinchlorid 0,2625 Gr. entspr.
K_2SO_4 0,09348 entspr. K_2O 0,0506 „
Schwefels. Natron Na_2SO_4 0,37860 „ Na_2O 0,1656 „
0,47208

In 1,2725 Substanz wurden durch Titriren mit übermangansaurem Kali 0,04966 Gr. Eisenoxydul erhalten. Dieser Menge entsprechen 0,05518 Gr. Eisenoxyd. Die in der angegebenen Menge des Gesteins enthaltene Menge Eisenoxyds ist somit 0,27093 — — 0,05518 = 0,21575 Gramm.

Mit dem Electromagnet wurden aus 1,3720 Gr. Substanz 0,033 Gr. Eisenoxiduloxyd ausgezogen. Gibt auf 100 Theile berechnet 2,4043.

In 100 Theilen:

	I.	II.	III.	Mittel.
Wasser	4,23	—	—	4,23
Kieselsäure	—	42,76	—	42,76
Eisenoxyd	—	16,93	16,96	16,94
Eisenoxydul	—	3,90	3,90	3,90
Thonerde	—	11,58	11,57	11,57
Kalk	—	2,43	2,01	2,22
Magnesia	—	2,10	—	2,10
Titansäure	—	1,84	1,82	1,83
Phosphorsäure	—	0,88	0,88	0,88
Kali	—	—	3,25	3,25
Natron	—	—	10,62	10,62
				100,30

Basaltlava von Klöch:

I. 1,6035 Gr. bei 100° C. getrocknet und mit Natronkali aufgeschlossen, ergaben:

Kieselsäure	0,7080	Gramm.
Eisenoxyd	0,3355	„
Thonerde	0,2496	„
Titansäure	0,01400	„
Kalk, schwefelsauren, 0,1733 Gr. entspr. CaO	0,07342	„
Pyro-phosphors. Magnes. 0,3809 Gr. entsp. MgO	0,13736	„
Pyro-phosphorsaure Magnesia 0,0210 Gr. entspr. Phosphorsäure	0,01343	„

II. 1,039 Gr. desselben Gesteins bei 100° C. getrocknet, mit Flussäure aufgeschlossen, ergaben:

Eisenoxyd	0,2160	Gramm.
Thonerde	0,1000	„
Titansäure	0,00850	„
Schwefelsauren Kalk 1,1350 Gr. entspr. CaO	0,46744	„
Gesammtmenge der schwefelsauren Alkalien	0,11500	„
Kaliumplatinchlorid 0,1300 Gr. entspr. K_2SO_4 0,00582 entspr.	0,00315	„ K_2O
Schwefelsaures Natron Na_2SO_4 0,10650 „	0,04650	„ Na_2O
	0,11232	

In 100 Theilen:

	I.	II.	Mittel.
Kieselsäure	44,15	—	44,15
Eisenoxyd	20,92	20,79	20,85
Thonerde	15,57	15,25	15,41
Titansäure	0,87	0,82	0,84
Kalk	4,58	4,50	4,54
Magnesia	8,56	—	8,56
Phosphorsäure	0,84	0,82	0,83
Kali	—	0,31	0,31
Natron	—	4,48	4,48
			100,17

Hält man das Ergebniss meiner Analyse der beiden dichten Basalte mit den zahlreichen Basaltanalysen zusammen, die bislang bekannt sind (vgl. zunächst: J. Roth: Die Gesteinanalysen. Berlin. 1861. S. 45 u. f.), so überrascht vor allem der ausserordentlich

geringe Magnesiagehalt im Gestein von Klöch und der fast gänzliche Mangel dieses Stoffes im Basalt von Weitendorf. Dieser Mangel an Bittererde fällt um so mehr auf, als auch der Kalkgehalt dieser Gesteine im Verhältniss zu anderen Basalten ein sehr geringer ist und die gesammte Menge von Eisen, wenigstens im Gestein von Weitendorf, keineswegs gross genug ist, um jenen Ausfall zu decken und für sich das übliche Mittel zu behaupten. Dieses Gestein wird also nicht sehr reich an Pyroxen sein können; sein Olivin muss ein (fayalitartiger) Eisenolivin sein, und sein Magnetitgehalt kann eine gewisse mittlere Grenze nicht überschreiten; zudem ist die Menge von Titaneisen nicht unbeträchtlich. Dagegen hat man sich bei der mikroscopischen Untersuchung um den Nachweis von Apatit nicht sonderlich zu kümmern. Bezüglich der Alkalien ist im Weitendorfer Gestein das Ueberwiegen des Kalis über das Natron und der Umstand bemerkenswerth, dass die Summe beider hinter der Kalkmenge nicht weit zurückbleibt.

Zeigte das Gestein in der Nachbarschaft seiner Ausscheidungen einen höheren Grad von Zersetzung, so würde man das Vorkommen von Aragonit und Calcit von einer örtlich intensiven Auslaugung des Kalkfeldspathes ableiten und daraus auch das Resultat der Analyse erklären wollen. Doch dieser Anschauung ist entgegenzuhalten, dass die zur Analyse verwendeten Proben von völlig frischen, ziemlich weit auseinander und fern von Kalknestern liegenden Anbrüchen genommen sind und andererseits, dass Dünnschliffe in der unmittelbaren Nähe jener Ausscheidungen fast ganz denselben Zustand zeigen, wie fern davon.

Man durfte also auf die mikroscopische Untersuchung des Weitendorfer Gesteins einigermassen gespannt sein. Was mir Herr Prof. Peters, der sich schon vor längerer Zeit damit beschäftigte, mittheilt, stimmt mit dem Ergebniss meiner Analyse befriedigend überein. Das Gestein lässt sich leicht zu sehr feinen durchsichtigen Plättchen schleifen, in denen neben mikroscopischen zahlreiche ziemlich gleichmässig vertheilte Olivinkrystalle von 0,1 bis zu 2,0 und 3,0 Millimeter Länge und einzelne Anhäufungen von Magnetitkörnchen deutlich hervortreten. Feldspathkrystalle erreichen äusserst selten eine makroscopische Grösse, machen aber in mannigfachster Durchkreuzung von gut abgegrenzten, zumeist rechteckigen Formen die Hauptmasse des Gesteins aus.

Ausserdem lassen sich auch einzelne seltene und nicht gut contourirte Kryställchen von brauner Farbe unterscheiden. Durch rechtwinkelige Drehung des Polariseurs ändert sich ihre Farbe in braungrau. Ihre Grösse beträgt 0,004 bis 0,005 in jedem Durchmesser. Das Ganze ist von einem gleichartigen Gewirre von Nadelformen durchzogen, die höchstens 0,003 Millim. dick und anscheinend völlig farblos sind. Der opake Gemengtheil (Magnet- und Titaneisen) ist mehr in Körnchengruppen, als in einzelnen, zumeist quadratisch erscheinenden Kryställchen recht gleichmässig und keineswegs sehr reichlich eingestreut. Bei gekreuzten Nicols kommt man leicht zur Ueberzeugung, dass eine amorphe, aber vollkommen farblose Grundmasse bestehe, die zwischen grösseren Feldspathkrystallen deutlich genug hervortritt. Regulär oder hexagonal krystallisirte Elemente lassen sich nicht mit Sicherheit nachweisen. Sicherlich fehlen acht- oder sechseckige Formen, die man auf Leucit, Nephelin u. dgl su beziehen versucht sein könnte.

Die Olivinkrystalle haben eine intensiv bouteillengrüne Farbe und zeichnen sich durch besondere Reinheit und Frische aus. Selbst in der unmittelbaren Nähe der oben beschriebenen Ausscheidungen (von Aragonit u. s. w.) zeigen sie keinen höheren Grad von Umwandlung als Zirkel (Basaltgesteine, Bonn, 1870, Seite 63) vom Basalt der Pflasterkaute darstellt.

Die Analyse zu Rathe haltend, erkläre ich, sagt Professor Peters, das Weitendorfer Gestein für eine jener Feldspathbasalte Zirkel's, die mit glasiger Grundmasse versehen sind, und als Hauptbestandtheil einen der kieselsäurereicheren Feldspäthe haben, der, möge man ihn als heterosynthetisch oder einfach auffassen, Kali und Natron in den von der Analyse angegebenen Verhältnissen neben Kalk füglich enthalten kann. (l. c. Seite 35 und a. a. O.)

Da eine wägbare Menge von Phosphorsäure nicht vorhanden ist, so wird man jene Nadeln zum allergrössten Theil für Augitmikrolithen halten dürfen, bei deren Beurtheilung in speciellen Fällen die hier fehlende Magnesia von besonderem Belang sein dürfte. Dass Amphibol dem Gemenge nicht fremd ist, zeigen die oben erwähnten braunen Kryställchen. (Vgl. Tschermak in Sitzungsber. Wiener Akad. 1869, I. Maiheft, 5.)

Der dichte Basalt vom Kindsbergkogel bei Klöch unterscheidet sich, wie durch die chemische Zusammensetzung, auch

durch einen Mineralbestand von dem beschriebenen Gestein auf den ersten Blick in's Mikroskop. Plättchen von gleicher Dicke wie jene, deren Bild soeben besprochen wurde, geben sich als ein ungemein gleichkörniges Gemenge von farbloser, das Licht doppelt brechender und von opaker (schwarzer) Substanz, in welchem zahlreiche, zum Theil makroskopische Krystalle von einerlei Art grell hervortreten. Sie sind Innen farblos, am Rande gelb, der Art, dass diese Färbung vom tiefen Weingelb nach Innen allmählich in's Farblose übergeht. Ihre Umrisse sind in der Regel scharf und zeigen zumeist die reine Tafelform eines Feldspathkrystalls mit Basis, Domen und Prismenflächen, unter dem Polarisationsmikroskop die schönsten Farben dünner Plättchen und in den auf die Tafelfläche senkrechten Durchschnitten eine sehr deutliche polysynthetische Zusammensetzung. Die gelbe Randbildung erweist sich lediglich als Färbung (durch Eisenoxydhydrat?), die sich selbst unter starker Vergrösserung nicht in Formbestandtheile auflösen lässt. Weder Olivin noch Pyroxenkrystalle treten aus dem körnigen Gemenge hervor, das keinerlei glasige Substanz erkennen lässt, vielmehr gänzlich aus derselben farblosen oder gelblich gefärbten Feldspathsubstanz und aus Magneteisen (u. Titaneisen) zu bestehen scheint. In einem der Schliffe sass eine 0,6 Millim. grosse unregelmässig geformte, aber homogene Masse von grünem Olivin. Bei starker Vergrösserung zeigen sich an den Rändern hie und da Nadelgruppen, die wohl Apatit sind. Wie es mit dem Pyroxengemengtheil dieses Basalts, von dem äusserst feine Dünnschliffe nicht leicht zu bereiten sind, eigentlich bestellt sei, wird sich wohl durch künftige, sämmtliche Basalte der Gleichenberger Gruppe umfassende Untersuchungen ermitteln lassen.

Ein viel deutlicheres Bild gibt die „körnige“ Varietät, von der Herr Dr. Clar aus Hochstradener Materiale gelungene Schliffe angefertigt hat. Der dunkle Gemengtheil ist darin nicht so dicht und kleinkörnig ausgebildet und bei sonst gleicher Beschaffenheit der grossen Feldspathkrystalle, lassen sich in der Grundmasse neben zweierlei Feldspathelementen viele gelbliche Kryställchen von stengeliger Form erkennen, die wohl Pyroxen sind. Ueberdiess liegen darin reichliche braune Krystalle von 0,01 bis 0,02 Millim. Grösse und oft sechseckigem Querschnitt, in dem sich zwei Spaltungsrichtungen bemerklich machen. Sie zeigen bei

Drehung des unteren Nicols einen, wenn gleich schwachen Wechsel von Rothbraun ohne gelben Ton in eine gelbrothbraune Farbe und sind offenbar Amphibol. Der Olivin scheint im Gemenge dieser Varietät gänzlich zu fehlen.

Insoferne stimmen also die Gesteine von beiden Extremen Mittelsteiermarks überein, dass sie der Gruppe der Feldspathbasalte angehören Die Einzelheiten ihrer Zusammensetzung mögen der ferneren Untersuchung aufbehalten bleiben. Dabei wird sich wohl auch Gelegenheit bieten, auf das poröse Gestein vom Seindlberge zurückzukommen, von dem Schliffe anzufertigen erst versucht werden muss. Inzwischen möge dieser erste Schritt zu einer genaueren Untersuchung der steiermärkischen Basaltgesteine mit Nachsicht beurtheilt werden.

Analyse eines Tetraëdrits (Schwatzits).

Das Materiale zur Anasyse wurde von den bekannten schwärzlichen, in weissem blätterigen Baryt eingewachsenen Krystallen genommen, in denen das Rhombendodekaeder bei weitem vorherrscht. Sie sind aussen matt, ja sogar rauhflächig, innen jedoch glänzend und von vollkommen frischem Ansehen. Insgemein werden sie für Typen jener Varietät von Tetraëdrit gehalten, die unter dem Namen Schwatzit als ein ausgezeichnetes Quecksilberfahlerz gilt.

Offenbar stammen sie nicht eigentlich von der Localität Schwatz selbst, sondern vom Bergbau am Kogel bei Brixleck. (Vgl. Zepharovich. Mineral. Lexicon. Seite 388.)

Weidenbusch, welcher zuerst eine Analyse des Schwatzer Fahlerzes veröffentlichte, fand darin 15,57% Quecksilber. Derselbe bemerkt jedoch in seiner Arbeit: „Mit diesem (von ihm untersuchten) Fahlerz gemeinschaftlich kamen spärlich Krystalle von Fahlerz vor, die merkwürdigerweise keine Spur von Quecksilber enthielten". (Pogg. Ann LXXVI. 86).

Peltzer fand in dem von ihm analysirten Fahlerz 0,25% Quecksilber. (Ann. Chem. u. Pharm. CXXVI. 337.)

Diese Verschiedenheit in den Angaben über den Quecksilbergehalt der sogenannten Schwatzite liessen es wünschenswerth erscheinen, das Mineral nochmals zu analysiren.

Ich fand in demselben Arsen, Antimon, Kupfer, Eisen und Zink. Von Quecksilber fand ich nicht einmal Spuren, ebensowenig Silber.

Das von mir analysirte Fahlerz war spröde und gab, zerrieben, ein schwarzes Pulver.

Bei der Analyse versuchte ich Bunsen's Aufschliessungsmethode anzuwenden. Es gelang mir jedoch nicht, trotzdem ich die Digestion des Erzes mit mehrfach Schwefelkalium längere Zeit hindurch fortsetzte und die verdampfende Flüssigkeit durch neue Mengen von Schwefelkalium ersetzte, eine vollständige Zerlegung zu bewirken.

Ich behandelte desshalb das feingepulverte Erz mit rauchender Salpetersäure, brachte es auf dem Wasserbade zur Trockne und digerirte diese trockne Masse mit mehrfach Schwefelkalium.

Arsen und Antimon, welche dabei in Lösung gingen, wurden abfiltrit und mittelst schwefliger Säure getrennt. (Diese Trennung des Arsens vom Antimon mit schwefliger Säure misslang einmal aus mir unbekanntem Grunde und musste wiederholt werden.) Das gefällte dreifach Schwefelantimon, welches noch bedeutende Mengen mitgefällten Schwefels enthielt, wurde, nachdem dasselbe auf einem bei 100° C. getrockneten und abgewogenen Filter gesammelt worden war, mit Schwefelkohlenstoff behandelt, um den beigemengten Schwefel grösstentheils fortzuschaffen und nach dem Trocknen des Rückstandes bei 100° C. abgewogen. Ein Theil davon wurde dann in einem Porcellantiegel mit rauchender Salpetersäure oxydirt. Nach dem Verdampfen der Salpetersäure auf dem Wasserbade wurde die trockene Masse so lange geglüht, bis die Entweichung der Schwefelsäuredämpfe aufhörte. Das erhaltene Antimontetroxyd wurde abgewogen und auf die Gesammtmenge des Schwefelantimons berechnet.

Im Filtrate wurde das Arsen mit Schwefelwasserstoff gefällt, das getrocknete Schwefelarsen mit rauchender Salpetersäure oxydirt und die überschüssige Säure auf dem Wasserbade verdampft. Die trockene Masse wurde in Wasser gelöst und die gebildete Arsensäure mit dem Magnesiumgemisch als arsensaure Ammon Magnesia gefällt. Dieselbe wurde auf einem bei 100° C. getrockneten und abgewogenen Filter gesammelt, bei 100° C. getrocknet und gewogen.

Der Rückstand, welcher aus Schwefelkupfer, Schwefeleisen, Schwefelzink und Gangart bestand, wurde in Salpetersäure gelöst, der Ueberschuss der Säure verdampft, mit Wasser verdünnt und mit Salzsäure angesäuert. Die Gangart wurde nun abfiltrirt und

aus der sauren Lösung das Kupfer mit Schwefelwasserstoff gefällt und nach der bekannten Methode bestimmt.

Die Trennung des Zinks vom Eisen geschah mit bernsteinsaurem Ammon. Das bernsteinsaure Eisenoxyd wurde als Eisenoxyd gewogen. Das Zink wurde mit Schwefelammonium gefällt und nach dem Lösen des Schwefelzinks in Salzsäure mit kohlensaurem Natron niedergeschlagen. Das kohlensaure Zink wurde durch Glühen in Zinkoxyd übergeführt und als solches gewogen.

Um den Schwefel zu bestimmen, wurde eine zweite Portion des Erzes mit rauchender Salpetersäure behandelt. Nachdem der Schwefel vollständig oxydirt war, was leicht und rasch geschah, wurde Salzsäure und Weinsäure zugesetzt, um das abgeschiedene Antimonoxyd zu lösen. Diese Lösung wurde mit Wasser, in welchem Weinsäure gelöst war, gehörig verdünnt, die Gangart abfiltrirt und im Filtrat die Schwefelsäure mit Chlorbaryum siedend heiss gefällt. Dem so erhaltenen schwefelsauren Baryt waren immer noch beträchtliche Mengen salpetersauren und weinsauren Baryts beigemengt. Derselbe wurde desshalb nach dem Glühen nochmals mit salzsäurehältigem Wasser behandelt, gewogen und daraus der Schwefel berechnet.

Das Gewicht der Gangart wurde jedesmal von dem Gewichte der angewendeten Substanz abgezogen.

I. Zur Schwefelbestimmung wurden 1,6843 Gr. Subst. genommen und es wurden erhalten 3,1599 Gr. $BaSO_4$ entspr. 25,767% S.

II. In einer zweiten Schwefelbestimmung gaben 0,8557 Gr. Subst. 1,5829 $BaSO_4$ entspr. 25,405% S.

III. 1,6640 Gr. Subst. gaben 0,4807 Gr. $Sb_2S_3 + S_x$, davon gaben 0,2486 Gr. 0,2231 Gr. Sb_2O_4 und auf die Gesammtmenge berechnet 0,4314 Gr. Sb_2O_4; 0,2950 Gr. Arsensäure-Ammon-Magnesia; 0,0811 Gr. Fe_2O_3; 0,0892 Gr. ZnO.

IV. 1,5555 Gr. Subst. gaben 0,7715 Gr. CuO.

V. 1,4812 Gr. Subst. gaben 0,4116 Gr. $Sb_2S_3 + S_x$, davon gaben 0,1694 Gr. 0,1566 Gr. Sb_2O_4, auf die Gesammtmenge berechnet 0,3805 Gr. Sb_2O_4; 0,2598 Gr. $MgNH_4AsO_4 + H_2O$; 0,7262 Gr. CuO; 0660 Gr. Fe_2O_3; 0,0844 Gr. ZnO.

Das Erz enthält also in 100 Theilen:

	I.	II.	III.	IV.	V.	Mittel.			
Schwefel	25,77	25,41	—	—	—	25,59	Schwefel		
Kupfer	—	—	—	39,60	39,15	39,37	9,94		
Eisen .	—	—	3,41	—	3,12	3,26	1,86		13,982
Zink .	—	—	4,30	—	4,57	4,43	2,18		
Arsen .	—	—	7,00	—	6,92	6,96	4,46		
Antimon	—	—	20,54	—	20,35	20,44	8,04		12,497
						100,05	26,48		

Das Kupfer wurde als Halbschwefelkupfer (Cu_2S) in Rechnung gebracht; sonach verhalten sich nach vorliegender Analyse die Schwefelmengen der positiven Schwefelmetalle zu denjenigen der negativen Schwefelmetalle wie 3,36 : 3; die Schwefelmenge des Kupfers ist 2,5mal so gross, wie die, welche Zink und Eisen erfordern.

Dass dieses mit den typischen Tetraëdriten übereinstimmende Mineral nichts weniger als ein Quecksilberfahlerz (Spaniolit) sei, geht aus vorstehender Analyse sattsam hervor. Sie gibt einen Beweis mehr dafür, dass sämmtliche fahlerzartigen Mineralien nach dem Vorgang von Rammelsberg (Handbuch der Mineral-Chemie, 1860, Seite 87 u. f.) Dana, (System of Mineralogy, 1868) und anderen Mineralogen unter die Species Tetraëdrit zusammengefasst bleiben müssen. Sie zeigt aber auch einerseits, dass der Varietätname Schwatzit auf die Fahlerze des Schwatz-Brixlecker Reviers mit besonderer Vorsicht anzuwenden sei, andererseits, dass der Silbergehalt der Brixlecker Erze nicht durchwegs dem Tedraëdrit zugeschrieben werden dürfe. (Vgl. v. Hauer und Fötterle: Uebersicht der Bergbaue der österr. Monarchie, 1855, S. 39, 40.) Neue Unternehmungen im Brixleck-Schwatzer Erzrevier, insoferne dergleichen heutzutage noch ausführbar sind, werden uns über die genetischen Verhältnisse und besonderen Zustände der quecksilberhaltigen und quecksilberfreien Tetraëdrite dieses interessanten Bezirkes zu belehren haben.

Ueber eine

Erweiterung der periodischen Reihenentwickelung und deren physikalische Deutung.

Von **Dr. A. Toepler,**
Professor der Physik an der Universität in Graz.

Bekanntlich ist es durch die Reihe von Fourier möglich geworden, eine beliebige periodische Bewegung als Summe einfacher Pendelschwingungen darzustellen. Es schien mir eine der Untersuchung würdige Frage zu sein, ob nicht analoge Zerlegungen möglich seien, wenn man anstatt der Pendelschwingungen andere periodische Partialbewegungen zu Grunde legt. Durch diese Frage wurde die vorliegende Untersuchung veranlasst.*) In derselben wird der Nachweis geliefert, dass in der That Functionen, welche nach Fourier in Reihen durch die sinus und cos ganzer Vielfacher entwickelt werden können, in zahlreichen Fällen auch darstellbar sind durch andere periodische Functionen. Man gelangt dabei zu periodischen Reihen, welche in ihren Eigenschaften den Reihen von Fourier durchaus entsprechen und daher an Stelle dieser in den betreffenden Fällen angewendet werden können.

Ich habe zur Lösung der Frage vorläufig nur einen indirecten Weg aufgefunden. Derselbe leidet allerdings an einer Unvollständigkeit, mit welcher alle ähnlichen Methoden behaftet sind. Meine Mittheilung macht daher nicht den Anspruch einer abgeschlossenen mathematischen Untersuchung. Die Beweiskraft meiner Ableitung gilt in voller Strenge nur für Functionen, welche gewissen in der Abhandlung genauer besprochenen Voraussetzungen entsprechen. Wenn nun auch hierdurch bereits ein brauchbares

*) Eine vorläufige Bemerkung über den Gegenstand habe ich bereits im Anzeiger der kaiserl. Akademie in Wien dd. 11. April veröffentlicht.

Material von einigem Umfange geschaffen sein dürfte, so ist doch von der Giltigkeit meiner Reihen eine noch grössere Allgemeinheit zu vermuthen. In solchen Fällen nämlich, in welchen die in Folgendem mitgetheilte Ableitung nicht mehr ausreicht, ist dennoch die Zulässigkeit der erweiterten periodischen Reihen im Allgemeinen nicht ausgeschlossen, wie die Untersuchung an bestimmten Beispielen zeigt. Es bleibt also noch ein weites Feld zur Bearbeitung offen.

Ich habe mich nichtsdestoweniger zur Veröffentlichung der Resultate in ihrer jetzigen Form entschlossen, da ich glaube, die weitere Determination des Gegenstandes den Fachmathematikern überlassen zu dürfen. Für den mathematischen Leser sei bemerkt, dass in den Paragraphen 2, 3, 6 und 7 das Wesentlichste zu finden ist. Auch glaube ich in der Darstellung, wenngleich diese für einen grösseren Leserkreis bestimmt wurde, den Anforderungen der Strenge in dem Masse Rechnung getragen zu haben, wie es zur Orientirung des Fachlesers nöthig ist. Sollte meine Mittheilung zu weiteren Untersuchungen auf einem, wie ich glaube, dankbaren Gebiete anregen, so hat dieselbe ihren Zweck erfüllt.

---

§ 1.

Wir verstehen in Folgendem unter periodischen Functionen im weiteren Sinne solche Functionen, deren Werthe beim Wachsen der unabhängig Veränderlichen in bestimmten, gleichen Intervallen wiederkehren. Die Betrachtung wird wesentlich vereinfacht, wenn wir zunächst mit solchen Fällen beginnen, in denen der Verlauf der Functionen innerhalb eines Intervalles durch gewisse Bedingungen eingeschränkt ist. Es ist dann leicht, auch die allgemeineren Resultate zu überblicken.

Wir betrachten zunächst die bekannte periodische Function

$$(1) \quad y = \alpha_1 \sin x + \alpha_2 \sin 2x + \ldots + \alpha_n \sin nx + \ldots \ldots$$

in welcher α, α_2 etc. constante Zahlenwerthe bedeuten und die Bogenwerthe unter dem sinus-Zeichen nach ganzen Vielfachen von x fortschreiten. Da $\sin n(x + 2\pi) = \sin nx$, so kehren dieselben Werthe der Reihe wieder, wenn x um je 2π wächst. Die Function ist periodisch mit dem Intervall 2π.

Ausserdem tritt noch die Eigenschaft hinzu, dass $\sin n(-x) = -\sin n x$. Die Werthe der Reihe sind also entgegengesetzt für entgegengesetzte x. Stellt man die Function graphisch als Curve dar (Fig. 1), so ist der Zweig, welcher zwischen den Abscissen $-\pi$ und 0 liegt, congruent mit dem Zweige zwischen 0 und π, wenn man letzteren sowohl um die Abscissen- als Ordinatenachse umkehrt. Ausserhalb der Gränzen $-\pi$ und $+\pi$ wiederholen sich beide Zweige in der aus der Fig. 1 ersichtlichen Weise.

Bekanntlich können nun nach den Sätzen von Fourier die Coefficienten $\alpha_1, \alpha_2 \ldots$ derart bestimmt werden, dass die Werthe von y zwischen den Gränzen $x = 0$ und $x = \pi$ übereinstimmen mit den Werthen einer beliebig gewählten Function $f(x)$. Ausgeschlossen sind nur gewisse abnorme Fälle, welche ohnehin für physikalische Betrachtungen kein besonderes Interesse haben; so darf z. B. $f(x)$ zwischen den angeführten Gränzen weder unendlich werden, noch unendlich viele Maxima und Minima haben u. s w. Man findet für diesen Fall die Coefficienten durch die Gleichung:

$$\alpha_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x) \sin n x \, dx$$

und dann ist für $0 < x < \pi$

$$(2) \ldots\ldots f(x) = \alpha_1 \sin x + \alpha_2 \sin 2x + \alpha_3 \sin 3x + \ldots\ldots$$

Hierbei ist zu bemerken, dass $f(x)$ ausserhalb der Gränzen 0 und π im Allgemeinen nicht mehr durch die Reihe dargestellt wird. Auch gilt die letzte Gleichung im Allgemeinen schon nicht mehr für $x = 0$ und $x = \pi$, da hier die Reihe stets die Werthe 0 liefert, während $f(x)$ von Null verschieden sein kann.

Wenn nun ein solcher Fall vorliegt, dass nämlich die Werthe der Reihe zwischen $x = 0$ und π durch einen geschlossenen Ausdruck $f(x)$ wiedergegeben werden können, so lässt sich $f(x)$ so umgestalten, dass die Gleichung auch ausserhalb der obigen Gränzen besteht. Schreibt man nämlich:

$$(3) \ldots\ldots\ldots\ldots y = \pm f[\pm (x - \varepsilon 2\pi)]$$

wo ε diejenige ganze Zahl bedeutet, welche dem Werthe $\frac{x}{2\pi}$ am

nächsten liegt, und führt man die Bestimmung ein, dass die oberen oder unteren Zeichen zu gelten haben, je nachdem $\frac{x}{2\pi} \gtrless \varepsilon$ ist, so bedeutet der letztere Ausdruck ebenfalls eine periodische Wiederholung der zwischen $x = 0$ und $x = \pi$ gelegenen Werthe von $f(x)$ in dem Sinne, wie es die Reihe verlangt. Es gilt auch hier die graphische Darstellung Fig. 1. Ist nämlich das Stück der Curve, welches zwischen $x = 0$ und $x = +\pi$ liegt, eine Darstellung von $f(x)$ innerhalb dieser Gränzen, so erhält man aus Formel (3) auch alle übrigen Zweige. Sei z. B.

$$0 < x < \pi \text{ oder } 0 < \frac{x}{2\pi} < \frac{1}{2}, \text{ so ist } \varepsilon = 0 \text{ und } \frac{x}{2\pi} > \varepsilon,$$

daher gilt hier $y = +f(x)$.

Ist $\pi < x < 2\pi$ oder $\frac{1}{2} < \frac{x}{2\pi} < 1$, so ist $\varepsilon = 1$ und $\frac{x}{2\pi} < \varepsilon$, daher gilt hier $-f[-(x - 2\pi)]$ oder da man hier $x - 2\pi = -z$ setzen kann, wo $z < \pi$ ist, so ist $y = -f(z)$.

Ebenso findet man für $2\pi < x < 3\pi$, wenn man wie oben schliesst und $x = 2\pi + z$ setzt, dass $y = +f(z)$.

Für $3\pi < x < 4\pi$, wo $x = 4\pi - z$ zu setzen ist, folgt wieder $y = -f(z)$ u. s. w.

Man ersieht sofort, dass durch die Hilfsgrösse ε die Functionswerthe abwechselnd auf die beiden Strecken zwischen $-\pi$ und 0 oder 0 und $+\pi$ zurückgeführt werden, wenn x um je ein π wächst. Die Functionsbezeichnung (3) ist auch unterhalb $x = 0$ giltig, denn ist z. B.

$-\pi < x < 0$, so ist $-\frac{1}{2} < \frac{x}{2\pi} < 0$, also $\varepsilon = 0$ und $\frac{x}{2\pi} < \varepsilon$, also gilt $y = -f(-x)$ und setzt man $x = -z$, wo z den Absolutwerth von x bedeutet, so hat man $y = -f(z)$.

Wird $-2\pi < x < -\pi$, so ist $-1 < \frac{x}{2\pi} < -\frac{1}{2}$, also $\varepsilon = -1$ und $\frac{x}{2\pi} > \varepsilon$, also gilt $y = f(x + 2\pi)$ und $x = -2\pi + z$ gesetzt, wo z positiv und kleiner als π ist, erhält man $y = f(z)$.

Ebenso erhält man, wenn $-3\pi < x < -2\pi$, in welchem Falle $x = -2\pi - z$ gesetzt werden kann, $y = -f(z)$ u. s. w.

Man sieht also, dass durch obige Functionsbezeichnung die verlangte Periodicität dargestellt werden kann. Wir werden daher von derselben an geeigneter Stelle Gebrauch machen. Die Hilfsgrösse ϱ ist dabei selbst wieder eine Function von x, deren Werth sprungweise je um eine Einheit wächst, während x die Werthe $\pi(2k+1)$ überschreitet, unter k alle ganzen Zahlen verstanden.

Bei dieser Darstellungsweise ergibt sich im Allgemeinen eine Zweideutigkeit an den Stellen $x = 0, \pm\pi, \pm 2\pi \ldots \pm k\pi$, wie schon aus der Figur zu ersehen ist. Wir treffen die Bestimmung, dass hier stets der Mittelwerth Null zwischen den beiden entgegengesetzten Ordinaten zu verstehen sei. Auch kann $f(x)$ so beschaffen sein, dass innerhalb der Strecke 0 bis π eine oder mehrere Sprungstellen vorkommen, so dass zu einer Abscisse je 2 Ordinatenwerthe gegeben sind. Hier ist auch stets das arithmetische Mittel zu nehmen. Wir wollen, um jedem Missverständniss vorzubeugen, uns kurz so ausdrücken, dass für alle Werthe des x von $-\infty$ bis $+\infty$ die Gleichung erfüllt sein müsse

$$\pm f[\pm(x - \varrho 2\pi)] = \alpha_1 \sin x + \alpha_2 \sin 2x + \ldots\ldots,$$

wodurch jeder Zweifel an zweideutigen Stellen behoben ist, denn die Reihe gibt an den Sprungstellen bekanntlich das arithmetische Mittel aus beiden Ordinaten und es wird sich zeigen, dass unter dieser Voraussetzung die Betrachtungen der folgenden Paragraphen auch für Unstetigkeitsstellen ihre Giltigkeit behalten.

§ 2.

Wir wollen nun untersuchen, ob sich eine Function, welche die im vorigen Abschnitt vorausgesetzten periodischen Eigenschaften besitzt, benutzen lässt, um nach ihr andere Functionen in einer analogen Weise in Reihen zu entwickeln, wie es nach Fourier durch die sinus ganzer Vielfacher von x geschieht.

Es sei also eine beliebige zweite Function gegeben, welche zwischen den Gränzen $x = 0$ und $x = \pi$ dargestellt werde durch

$$(4)\quad F(x) = a_1 \sin x + a_2 \sin 2x + a_3 \sin 3x + \ldots\ldots$$

wo also

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} F(x) \sin nx.dx \text{ ist.}$$

Es fragt sich, ob nicht eine ähnliche Reihenentwickelung für $F(x)$ möglich sei, in welcher wir an Stelle des sinus die complicirtere Function treten lassen, deren allgemeiner Ausdruck durch Gleichung (1) gegeben ist. Wir führen in diese einen veränderlichen Parameter m ein und schreiben

$$(5)\quad y_m = \alpha_1 \sin mx + \alpha_2 \sin 2mx + \alpha_3 \sin 3mx + \ldots$$

Lassen wir nun m die Reihe der ganzen Zahlen durchlaufen, so erhalten wir eine unendliche Reihe von solchen y. Jedes derselben multipliciren wir mit einem unbestimmten Coefficienten A und setzen die Summe aller Glieder $= F(x)$. Es folgt, indem wir die Summanden mit gleichen Bogenwerthen in den sinus untereinander schreiben:

$$6\quad \begin{cases} A_1 y_1 = A_1 [\alpha_1 \sin x + \alpha_2 \sin 2x + \alpha_3 \sin 3x + \alpha_4 \sin 4x + \alpha_5 \sin 5x + \ldots] \\ A_2 y_2 = \quad A_2 [\alpha_1 \sin 2x \quad + \alpha_2 \sin 4x + \ldots\ldots] \\ A_3 y_3 = \quad A_3 [\alpha_1 \sin 3x + \ldots\ldots\ldots] \\ A_4 y_4 = \quad A_4 [\alpha_1 \sin 4x + \ldots\ldots] \\ A_5 y_5 = \quad A_5 [\alpha_1 \sin 5x + \ldots] \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

$$7\quad \begin{cases} F(x) = A_1 \alpha_1 \sin x + (A_1 \alpha_2 + A_2 \alpha_1) \sin 2x + \\ + (A_1 \alpha_3 + A_3 \alpha_1) \sin 3x + (A_1 \alpha_4 + A_2 \alpha_2 + A_4 \alpha_1) \sin 4x + \\ + (A_1 \alpha_5 + A_5 \alpha_1) \sin 5x + \ldots \end{cases}$$

Diese Reihe, welche wieder nach den sinus ganzer Vielfacher von x fortschreitet, wird identisch mit der Reihe (4) für $F(x)$, wenn wir die Coefficienten gliedweise gleichsetzen und daraus die Werthe der unbekannten A berechnen. Es ist zu bemerken, dass bei der benutzten Additionsweise die Reihenfolge der Glieder, welche ein und demselben y angehören, nicht geändert wurde.

Zur Bestimmung der A hat man also die Bedingungsgleichungen:

$$(8)\quad \begin{cases} a_1 = A_1 \alpha_1 \\ a_2 = A_1 \alpha_2 + A_2 \alpha_1 \\ a_3 = A_1 \alpha_3 + A_3 \alpha_1 \\ a_4 = A_1 \alpha_4 + A_2 \alpha_2 + A_4 \alpha_1 \\ a_5 = A_1 \alpha_5 + A_5 \alpha_1 \\ a_6 = A_1 \alpha_6 + A_2 \alpha_3 + A_3 \alpha_2 + A_6 \alpha_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{12} = A_1 \alpha_{12} + A_2 \alpha_6 + A_3 \alpha_4 + A_4 \alpha_3 + A_6 \alpha_2 + A_{12} \alpha_1 \end{cases}$$

u. s. w.

Wie man sofort erkennt, so sind die zu suchenden Coefficienten durch diese Gleichungen vollkommen (eindeutig) bestimmt. Die Bedingungsgleichung für A_m z. B. ist unmittelbar gegeben, indem man a_m gleichsetzt der Summe sämmtlicher Producte, welche sich bilden lassen aus je einem A und einem α, deren Indices multiplicirt m geben, wobei m und 1 selbst mitzurechnen sind. Sind die dem A_m vorausgehenden Coefficienten bestimmt, so ergibt sich unmittelbar A_m.

Schreiben wir die unter (6) summirten y in der Reihenfolge der Verticalcolumne, so haben wir

$$(9)\quad F(x) = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + \ldots\ldots$$

Diese Reihe gilt nur zwischen den Gränzen $x = 0$ und $x = \pi$*), da ja die Reihe (4), welche mit (7) gleichgesetzt wurde, nur zwischen diesen Gränzen allgemein giltig ist. Für $x = 0$ und $x = \pi$ gibt die Reihe den Werth Null, da hier alle y verschwinden.

Wenn nun der Fall vorliegt, dass das y unserer Entwickelung einer bestimmten gegebenen Function $f(x)$ zwischen $x = 0$ und $x = \pi$ nach Gleichung (2) entspricht, so lässt sich die durch Gleichung (3) dargestellte periodische Functionsbezeichnung anstatt der y in Reihe (9) einführen. Man hat nur zu schreiben

$$y_m = \pm f[\pm (mx - \epsilon_m 2\pi)]$$

wo nun m die ganzen Zahlen durchläuft und ϵ_m immer diejenige ganze Zahl bedeutet, welche dem Werthe $\frac{mx}{2\pi}$ am nächsten liegt, und wobei die oberen oder unteren Zeichen zu gelten haben, je nachdem $\frac{mx}{2\pi} \gtrless \epsilon_m$ ist. Graphisch dargestellt bedeutet auch dieser Ausdruck eine Curve von dem Ansehen der Fig. 1, nur hat man sich diese in der Richtung der Xachse im Verhältniss $m : 1$ gewissermassen zusammengedrückt zu denken, so dass alle Ordinaten, welche in Fig. 1 auf den Strecken von je 2π vorkommen, nun-

*) Die obige Herleitung ist nicht allgemein zulässig, denn der Schritt von der Reihenform (7) zur Form (9) enthält eine Vertauschung der Summationsweise und allerdings wäre erst von Fall zu Fall zu untersuchen, ob Gleichung (9) an Stelle von (7) gesetzt werden darf. Im nächsten Paragraphen werde ich jedoch die Voraussetzungen näher angeben, unter denen die obige Betrachtung jedenfalls strenge Giltigkeit hat.

mehr auf das Intervall $\frac{2\pi}{m}$ zusammengedrängt scheinen, wovon man sich durch nähere Untersuchung des Ausdruckes leicht überzeugt. Substituirt man diese Functionsbezeichnung, so erhält die Reihe die Form:

$$(10)\begin{cases} F(x) = \pm A_1 f[\pm (x - \epsilon_1 2\pi) \pm A_2 f[\pm (2x - \epsilon_2 2\pi)] \pm \\ \pm A_3 f[\pm (3x - \epsilon_3 2\pi)] \pm \ldots \end{cases}$$

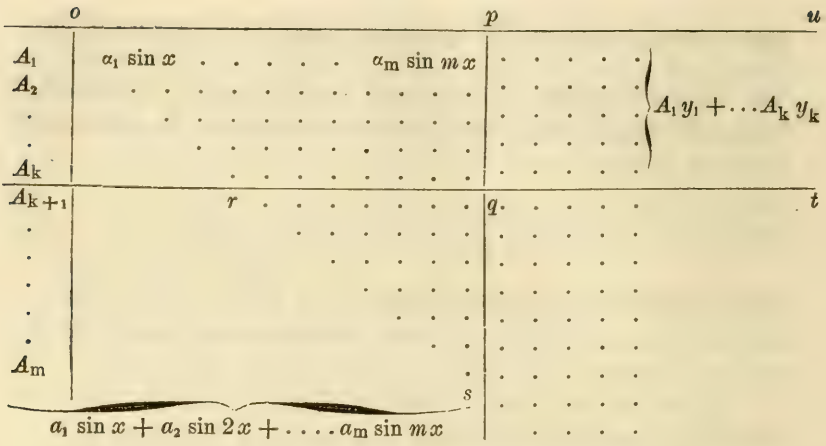
wobei selbstverständlich das Zeichen $\mp$ an Stelle von $\pm$ ausserhalb des Functionszeichens zu treten hat, wenn das betreffende A aus den Gleichungen (8) mit negativem Zeichen hervorgeht.

Es ist nun auch sehr leicht zu erkennen, dass die Reihe (9) oder (10) ausserhalb der Gränzen $x = 0$ und $x = \pi$ einen periodischen Verlauf hat und zwar genau in demselben Sinne, wie die Reihe (4) nach Fourier. Dies geht aus dem Umstande hervor, dass alle Glieder der Reihe nach der Definition des § 1 entgegengesetzte Werthe annehmen für entgegengesetzte Werthe von x und dass der Werth eines jeden Gliedes wiederkehrt, wenn x um 2π wächst. Die graphische Darstellung Fig. 1 gilt also auch für die ganze Reihe ausserhalb der obigen Gränzen und wenn man in Gleichung (10) anstatt $F(x)$ linker Hand ebenfalls die periodische Bezeichnung $\pm F[\pm (x - \epsilon_1 2\pi)]$ einführt, so gilt die Gleichung nunmehr zwischen $x = -\infty$ bis $x = +\infty$.

§ 3.

Es wurde oben bemerkt, dass der indirecte Weg, welchen wir bei der Entwickelung einschlugen, im Allgemeinen keine strenge Giltigkeit habe. Der Complex der Gleichungen (6) repräsentirt eine Doppelreihe, welche wir in zweifacher Weise summirt haben, einmal nach Formel (7), dann nach Gleichung (9) und wir haben bisher diese Summationsweisen als gleichwerthig vorausgesetzt. Es fragt sich, unter welchen Bedingungen diese Voraussetzung jedenfalls in voller Strenge erfüllt, unsere Ableitung also zulässig sei.

Die Doppelreihe wollen wir durch folgendes Schema veranschaulichen:



Die horizontalen Punktreihen bedeuten hierbei die einzelnen y unserer Reihensumme (6), welche nach der rechten Seite ins Unendliche verlaufen. Dieselben überdecken in unserem Schema einen Raum, welcher nach links durch eine unter 45^0 geneigte Gerade os abgegränzt ist. Links denke man sich in einer Verticalcolumne die Coefficienten A, mit welchen die correspondirenden y zu multipliciren sind.

Es lässt sich nun beweisen, dass die Betrachtung des vorigen Paragraphen jedenfalls Giltigkeit hat, wenn die Coefficienten A, welche durch $F(x)$ und $f(x)$ bestimmt sind, eine absolut convergente Reihe bilden; unter einer absolut convergenten Reihe ist eine solche verstanden, bei welcher die Summe der Absolutwerthe nach einem bestimmten endlichen Werth convergirt. Wir nehmen also an, dass in irgend einem untersuchten Falle aus (8) solche Werthe von A_1, A_2 etc. hervorgehen, dass

$$\lim (A'_{k+1} + A'_{k+2} + \ldots . A'_{k+n}) = 0$$

wo die Accente bedeuten, dass nur die absoluten Zahlenwerthe zu verstehen sind. Die Coefficientenreihe convergirt dann auch bei beliebiger Zeichenfolge.

Da die Horinzontalreihen unseres Schemas periodisch sind, so schwankt der Werth einer jeden derselben bei wachsendem x innerhalb gewisser Gränzen Nun ist aber nach den Erörterungen des vorigen Paragraphen klar, dass der Maximalwerth, welchen irgend eine der Horizontalreihen, z. B. y_m annehmen kann, nicht

grösser ist, als der Maximalwerth von y_1. Sei dieser C, so gilt er auch für y_m.

Wir wollen nun zunächst die in Gleichung (9) vertretene Summationsweise unserer Doppelreihe versinnlichen. Zu dem Ende schneiden wir unser Schema durch die Horizontale rt ab, welche unterhalb des entfernten Coefficienten A_k einsetzt. Alsdann repräsentirt das, was oberhalb dieser Linie liegt, den Werth der Reihe (9), wenn wir sie beim k^{ten} Gliede abbrechen. Der Rest unterhalb jener Horizontalen kann nach Obigem höchstens

$$(A'_{k+1} + A'_{k+2} + \ldots)\, C \text{ werden}$$

und dies wird kleiner, als jede denkbare Zahl, wenn wir nur k gross genug wählen. Die Reihe (9) convergirt also.

Wollen wir die Summation (7) veranschaulichen, so durchschneiden wir die Figur durch eine Verticale ps, welche hinter dem sehr weit entfernten m^{ten} Gliede der ersten Horizontalreihe einsetzt und also auch noch das erste Glied der Reihe y_m mit abschneidet. Der Gesammtwerth links von ps bedeutet mithin die Reihe (7), wenn wir sie beim m^{ten} Gliede abbrechen, und diese Reihe ist durch Gleichsetzung der Coefficienten identisch mit (4) geworden. Man kann nun jedenfalls das m so gross werden lassen, d. h. nöthigenfalls die Verticale so weit nach rechts verschieben, dass der Werth im Raume $upqt$ verschwindet; denn in diesem Raume erscheinen die Coefficienten A_1 bis A_k multiplicirt mit gewissen Resten der ersten k Horizontalreihen, welche Reste jedoch bei hinreichend grossem m beliebig klein werden, da die Horizontalreihen convergiren. Sei δ der grösste dieser Reste, so wird der Werth im Raum $upqt$ höchstens

$$(A'_1 + A'_2 + \ldots . A'_k)\, \delta \text{ werden können.}$$

Da aber die Summe der A' nur einen endlichen Werth hat und δ beliebig klein wird bei wachsendem m, so verschwindet der Werth des Raumes $upqt$ in der Gränze.

Es ist nun auch unmittelbar klar, dass die Werthe in dem dreieckigen Raume rqs verschwinden, da in demselben endliche Theilwerthe der y multiplicirt erscheinen mit den Coefficienten A_{k+1} bis A_m, deren Summe selbst den Gränzwerth Null hat. Daher wird bei hinreichend grossem k und m die Summe der Doppelreihe nach beiden Additionsweisen mehr und mehr durch die in das

Trapez $opqr$ fallenden Glieder dargestellt. Beide Summen sind convergent und gleichwerthig.

Wenn also die Rechnung eine absolut convergente Reihe für die Coefficienten A ergibt, so ist der Schritt von Glch. (7) zu Glch. (9) und (10) jedenfalls erlaubt und die Entwickelbarkeit für diesen Fall bewiesen. Dies findet man denn auch bei den später erläuterten Fällen bestätigt.

Wenn nun hierdurch die Möglichkeit der erweiterten periodischen Reihenentwickelung bereits für sehr viele Fälle gegeben ist, so muss ich doch noch Folgendes dazu bemerken:

Es ist mit dem Obigen durchaus nicht ausgesprochen, dass in solchen Fällen, in welchen die A nicht absolut convergiren, die Entwickelung überhaupt unstatthaft sei. Vielmehr bleibt für solche Fälle die Untersuchung nur eine offene, es erlischt nur die Beweiskraft meiner indirecten Methode! In der That stösst man am häufigsten auf solche Fälle, und ich werde Beispiele derart in § 4 anführen, in denen die Reihe nur mit Rücksicht auf das Vorzeichen der Glieder convergirt. In diesen Fällen kann man die Zulässigkeit vorläufig nur durch ein inductives Verfahren prüfen. Aus diesem Grunde scheint es mir nicht wichtig, zu untersuchen, unter welchen Bedingungen die absolute Convergenz der Coefficienten eintritt. Vielmehr glaube ich, dass eine Ausscheidung derjenigen Functionen, für welche die Reihe (9) oder (10) ihre Giltigkeit verliert, nicht eher möglich sein werde, als bis die Ableitung der letzteren auf allgemeinerer Grundlage gelungen ist.

Meistens ist es bequem, die Function $F(x) = a \sin x$ nach (10) in irgend einer anderen Function zu entwickeln, da hier in der Rechnung alle a bis auf das erste verschwinden. Hiezu hat Professor Boltzmann, welchem ich meine Resultate mittheilte, eine weitere nutzbare Bemerkung gemacht.

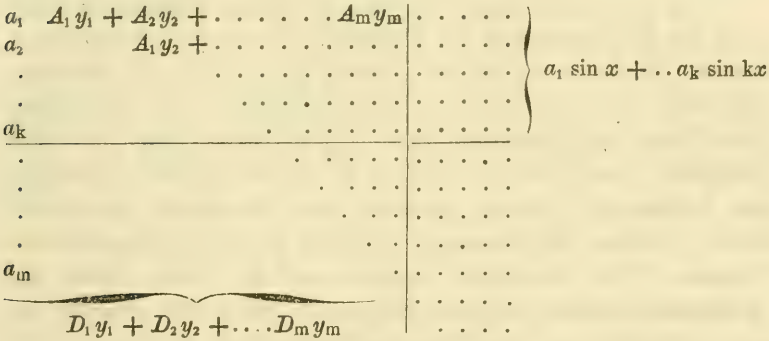
Wenn bewiesen ist, dass $\sin x$ nach irgend einem $f(x)$ durch Reihe (10) entwickelbar ist, so gilt sofort auch die Entwickelbarkeit nach $f(x)$ für alle diejenigen Functionen $F(x)$, welche in den sinus ganzer Vielfacher von x dargestellt

(Fourier) absolut convergirende Coefficienten $(a_1, a_2 \ldots)$ liefern.

Es sei z. B.:

$$(11).. \quad \begin{cases} \sin x = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + \ldots \text{ und} \\ F(r) = a_1 \sin x + a_2 \sin 2x + a_3 \sin 3x + \ldots \end{cases}$$

wo die a absolut convergiren, so erhält man, wenn für die sinus ihre Reihen nach (11) substituirt werden, folgendes Schema, welches nach dem Obigen ohne Weiteres zu verstehen ist.



Hier bedeuten die D die Coefficienten der neuen Reihe für $F(x)$. Man erkennt sofort, dass durch eine der früheren ganz analoge Schlussweise die Giltigkeit der Reihe

$$F(r) = D_1 y_1 + D_2 y_2 + D_3 y_3 + \ldots\ldots$$

bewiesen ist. Beim Beweis ist hier weder die absolute Convergenz der A noch der D vorausgesetzt. Man kann dieser Folgerung die folgende noch allgemeinere Form geben:

Wenn bei der Entwickelung irgend einer Function $F(x)$ gemäss Glch. (10) durch irgend eine zweite Function $f(x)$ eine absolut convergente Coefficientenreihe zum Vorschein kommt, so ist $F(x)$ auch jedenfalls entwickelbar nach allen Functionen $\varphi(x)$ und $\psi(x)$ etc., welche sich zur Darstellung von $f(x)$ als geeignet erwiesen haben. Der Beweis führt sich genau nach dem obigen Schema.

Man sieht also, dass es trotz der Unvollkommenheit des von mir eingeschlagenen Weges schon jetzt möglich ist, rasch

eine grosse Zahl von Fällen aufzusuchen, in welchen die Zulässigkeit meiner Reihen nicht zu bezweifeln ist.

§ 4.

Ich will nun die voraufgegangene Entwickelung auf einige Beispiele anwenden. Mehrere derselben sind absichtlich so gewählt, dass ihre Richtigkeit unmittelbar einleuchtet. Ihre Uebereinstimmung mit der Rechnung kann dann als Bestätigung der letzteren dienen.

Da die Handhabung unserer periodischen Functionsbezeichnung bei der Anwendung auf specielle Fälle unbequemer erscheinen könnte, als sie es bei einiger Uebung ist, so will ich bemerken, dass man sich die Sache durch Zuhilfenahme der graphischen Darstellung sehr erleichtern kann. Es soll daher über diese noch Folgendes vorausgeschickt werden. In den die Beispiele erläuternden Figuren (2, 3, 4 etc. bedeutet stets die oberhalb gezeichnete Curve zwischen den Gränzen $x = 0$ und $x = \pi$ die darzustellende Function $F(x)$. Senkrecht darunter sind die ersten Glieder der Reihenentwickelung graphisch dargestellt. Ich werde dieselben bei der graphischen oder physikalischen Deutung stets p e r i o d i s c h e C o m p o n e n t e n von $F(x)$ nennen. Der Sinn der Zeichnungen ist nun so aufzufassen, dass die Ordinaten der oberen (darzustellenden) Curve hervorgehen aus der Superposition der senkrecht darunter befindlichen Ordinaten der periodischen Componenten.

Man kann nun aus der Zeichnung zunächst unmittelbar ersehen, welchem Index irgend eine der unterhalb dargestellten Componenten in der Reihe entspricht; man braucht zu diesem Zwecke nur die Anzahl der (abwechselnd aufrechten und verkehrten) Zweige zu zählen, welche auf die Strecke 0 bis π fallen, wie ohne Beweis verständlich ist. So erkennt man z. B. aus Fig. 2, wo die Componenten gerade, zur Xachse parallele Linien sind, dass in der zugehörigen Reihe nur die Glieder vorkommen, deren Indices 1, 2, 4, 8 etc. sind; alle übrigen sind bei der Rechnung ausgefallen. Bei dem Falle Fig. 3 kommen nur Glieder mit ungeradem Index vor u. s. w.

Die erste der Componenten, welche nur einen Zweig hat, ist die darstellende $f(x)$ selbst, da diese innerhalb der Gränzen $x = 0$ und $x = \pi$ gleichwerthig ist mit $\pm f[\pm (x - \varepsilon_1 2\pi)]$.

Aus der Figur ist auch die Zeichenfolge der Coefficienten der dargestellten Reihenglieder zu erkennen. Denn da $\pm f[\pm(mx - \xi_m 2\pi)]$ zwischen $x = 0$ und $x = \frac{\pi}{m}$ gleichwerthig ist mit $+ f(mx)$, so würden, wenn z. B. alle Coefficienten A positiv wären, die ersten Zweige linker Hand in der Zeichnung bei allen Componenten die nämliche relative Lage zur Xachse haben. Die Zeichenfolge der Coefficientenreihe ist also mit Leichtigkeit aus der relativen Lage der ersten Zweige am linken Rande der Zeichnung zu entnehmen. Die aufrechten haben Coefficienten mit gleichem, die verkehrten solche mit entgegengesetztem Vorzeichen.

Es sei noch vorausgeschickt, dass die Handhabung der Hilfsgrösse ξ etwas ausführlicher in den beiden ersten Beispielen erörtert ist. Diese dürften daher etwas breit erscheinen, was der Leser mit Rücksicht auf den angestrebten Zweck entschuldigen wolle.

Beispiel I. Fig. 2. Sei gegeben $F(x) = \frac{x}{2}$.

Diese Function sei in einer periodischen Reihe zu entwickeln nach der Function $f(x) = \frac{\pi}{4} x^0 = \frac{\pi}{4}$.

Die erste Function stellt eine zur Abscissenachse geneigte Gerade dar. Entwickelt man sie nach sinus ganzer Vielfacher von x, so findet man die Coefficienten

$$a_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{x}{2} \sin nx\, dx = -\frac{\cos n\pi}{n}.$$

Für die Grössen $a_1, a_2, a_3, \ldots$ in der Gleichung (4) hat man daher der Reihe nach die Werthe: $+1, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, +\frac{1}{5}, \ldots$ einzusetzen; entwickelt man $f(x)$ nach Fourier, so erhält man

$$\alpha_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{\pi}{4} \sin nx\, dx = \frac{1}{2}\frac{1 - \cos n\pi}{n}.$$

Die Werthe von $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ sind also 1, 0, $\frac{1}{3}$, 0, $\frac{1}{5}$, 0, etc. Berechnet man nun aus (8) die Coefficienten $A_1, A_2, A_3, \ldots$, so ersieht man sofort, dass alle diejenigen gleich Null werden, deren Indices nicht Potenzen von 2 sind. Man findet:

$$A_1 = +1$$
$$A_2 = -\frac{1}{2}$$
$$A_4 = -\frac{1}{4}$$
$$A_8 = -\frac{1}{8} \text{ etc.}$$

Die Reihe für $F(x)$ wird also

$$\frac{x}{2} = \pm\frac{\pi}{4}\left[\pm(x - \varepsilon_1 2\pi)\right]^0 \mp \frac{1}{2}\frac{\pi}{4}\left[\pm(2x - \varepsilon_2 2\pi)\right]^0 \mp$$
$$\mp\frac{1}{4}\frac{\pi}{4}\left[\pm(4x - \varepsilon_4 2\pi)\right]^0 \mp \ldots$$

Da $[\pm(n x - \varepsilon_n 2\pi)]^0$ stets $+1$ ist, so wäre die Reihe $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4}\left(1 \mp \frac{1}{2} \mp \frac{1}{4} \mp \ldots.\right)$, worin für jedes bestimmte x eine bestimmte Zeichenfolge gilt. Will man diese durch die Gleichung selbst ausdrücken, so schreibt man

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4}\left\{\pm(x - \varepsilon_1 2\pi)^0 \mp \frac{1}{2}(2x - \varepsilon_2 2\pi)^0 \mp\right.$$
$$\left. + \frac{1}{4}(4x - \varepsilon_4 2\pi)^0 \mp \frac{1}{8}(8x - \varepsilon_8 2\pi)^0 \mp \ldots.\right\}$$

Die ersten 4 Glieder dieser Reihenentwickelung sind graphisch in Fig. 2 dargestellt und unterhalb befindet sich das Resultat der Superposition, wenn man bei dem 4. Gliede abbricht. Man erkennt ohne Weiteres die Zulässigkeit der Reihenentwickelung, welche für diesen Fall auch nach § 3 mit Strenge bewiesen ist.

Will man durch Rechnung das Resultat für irgend einen bestimmten Werth von x bestätigen, so handelt es sich nur um die Bestimmung der Hilfsgrösse ρ und der Zeichenfolge. ρ_n ist definirt durch die Gleichung

$$\frac{nx}{2\pi} = \varepsilon_n \pm \delta,$$

wo ε_n eine ganze Zahl und $\frac{1}{2} > \delta > 0$ sein muss. Die Bestimmung vollführt sich bei einem bestimmten x für die ganze Reihe der Glieder sehr einfach, wenn man folgendermassen verfährt. Da x zwischen 0 und π liegt, so kann man es einen aliquoten Theil von π, z. B. $\frac{\pi}{z}$ nennen. Dann lautet die Bedingung für ε_n

$$\frac{n}{2z} = \varepsilon_n \pm \delta.$$

Man schreibe also zu der Reihe der Indices n die nächstgelegenen ganzen Vielfachen von 2z auf; diese Vielfachen $\varepsilon_n 2z$ verglichen mit den n entscheiden über das Vorzeichen, denn nach der Definition gelten in unserer Reihenentwickelung die oberen oder unteren Zeichen, je nachdem $\frac{nx}{2\pi} \gtrless \varepsilon_n$, das heisst also, je nachdem $n \gtrless \varepsilon_n . 2z$ ist.

Wählt man z. B. $x = \frac{\pi}{3}$, also $z = 3$, so erhält man folgende Tabelle:

n	$\varepsilon_n . 2z$	*Zeichen*
1	0	+
2	0	+
4	6	−
8	6	+
16	18	−
32	30	+
etc.	etc.	etc.

In der letzten Columne bedeutet ein +, dass in unserer Reihe das obere, ein −, dass das untere Zeichen zu gelten hat. Da die eingeklammerten Grössen alle den Werth + 1 haben, so ist also die Ordinate für $x = \frac{\pi}{3}$

$$y = \frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \pm \ldots\right)$$

Die geometrische Reihe in der Klammer hat aber die Summe $\frac{2}{3}$, also ist $y = \frac{\pi}{6}$, was den geforderten Werth von $F(x)$ darstellt.

Für $x = \frac{2}{3}\pi$, also $z = \frac{3}{2}$, ergibt die Rechnung in analoger Weise

$$F(x) = \frac{\pi}{4}\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} \pm \ldots\right) = \frac{\pi}{3}.$$

Setzt man ferner der Reihe nach

$x = \frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{7}, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{11}, \ldots$, so findet man für die Vorzeichen der Glieder resp. Folgendes:

$$+ - - + + - - + + - - \ldots\ldots$$
$$+ - - + - - + - - + - - \ldots\ldots$$
$$+ - - - + + + - - - + + + - - - \ldots\ldots$$
$$+ - - - + - + + + - + - - - + - \ldots\ldots$$

Die Absolutwerthe bleiben dabei stets die Potenzen von $\frac{1}{2}$ und bekanntlich lassen sich diese Reihen mit periodischer Zeichenfolge durch einen ähnlichen Kunstgriff summiren, wie es bei der einfachen geometrischen Reihe geschieht. Man erhält für die den obigen x entsprechenden Ordinaten die Werthe

$$\frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{14}, \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{22}, \ldots \text{ etc.}$$

Bisher wurden nur solche Werthe des x gewählt, bei welchen keine Sprünge der periodischen Componenten stattfinden; auch an diesen Stellen gilt die Reihe. Wir setzen z. B. $x = \frac{\pi}{2}$ und suchen die Ordinate. Schon aus der Fig. ist ersichtlich, dass hier ausser der ersten alle Componenten einen Sprung machen. Nach § 1 ist aber der Werth der periodischen Glieder an diesen Sprungstellen = Null zu setzen; es bleibt also nur das erste Glied der Reihe und es findet sich sofort $F(x) = \frac{\pi}{4}$. Eine analoge Betrachtung gilt für die Stellen $x = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8}$ etc.

Es ist auch leicht einzusehen, dass, wenn man das x von einer Sprungstelle aus um ein unendlich Kleines wachsen lässt, der Werth der Function durch die Sprünge der Componenten nicht einen endlichen Zuwachs erhalten kann. Wenn z. B. die Abscisse zu dem Werthe $\frac{\pi}{2}$ einen unendlich kleinen Zuwachs erfährt, so ist schon aus der Zeichnung zu ersehen, dass dadurch in der 2ten Componente ein positiver, in allen folgenden aber ein negativer Zuwachs entsteht. Der Gesammtzuwachs von $F(x)$ ist, wie man leicht erkennt

$$\frac{\pi}{4}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\frac{1}{16}-\ldots\right)$$ und dies ist in der Grenze von Null nicht verschieden. Unsere Reihe stellt die Function $\frac{x}{2}$ vollkommen und zwar, wie man sich leicht überzeugt, zwischen den Gränzen $-\pi$ und $+\pi$ dar; die Reihe gilt auch noch für $x=0$, nicht aber für $x=\pm\pi$.*)

Es sei hier die Bemerkung hinzugefügt, dass in den folgenden Beispielen die Bestimmung der Zeichenfolge ganz in derselben Weise stattzufinden hat; nur erfordert die Bestimmung der Absolutwerthe der periodischen Glieder, welche in dem vorliegenden Falle sehr einfach war, eine besondere Beachtung.

Beispiel II. Wir wollen nun $F(x)=\sin x$ durch eine Function darstellen, für welche die Entwicklung des § 2 ebenfalls zulässig ist. Sei $y=f(x)$ die Bezeichnung einer gebrochenen Geraden, deren Gleichung

$$y=x \text{ ist für } 0<x<\frac{\pi}{2} \text{ und}$$

$$y=\pi-x \text{ für } \frac{\pi}{2}<x<\pi.$$

Diese Linie stellt über der Strecke 0 bis π der Abscissenaxe ein gleichschenkliges Dreieck von der Höhe $\frac{\pi}{2}$ dar.

*) Uebrigens ist die Reihe für den oben behandelten Fall an sich klar, denn dieselbe enthält ja nichts Anderes, als die Regel zur Darstellung einer beliebigen Zahl nach dem Zweiersystem.

Es ergibt sich bei der Entwicklung nach sinus ganzer Vielfacher von x zunächst

$$\alpha_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\sin n\,x\,dx = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin n\,x\,dx + \\ + \frac{2}{\pi}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(\pi - x)\sin\, nx\,dx.$$

oder $\alpha_n = \frac{4}{\pi}\,\frac{\sin\frac{n\pi}{2}}{n^2}$; es fehlen also die Glieder mit geradem Index und es ist

$$f(x) = \frac{4}{\pi}\left(\frac{\sin x}{1^2} - \frac{\sin 3x}{3^2} + \frac{\sin 5x}{5^2} \mp \ldots\right)$$

Von den Coefficienten a der Entwicklung für $F(x)$ werden alle Null, bis auf den ersten, welcher $+1$ ist.

Die Berechnung der Gleichungen (8) ergibt für die Coefficienten A folgende Gesetze:

1. Alle Glieder mit geradem Index werden Null; ausserdem fallen alle diejenigen Coefficienten aus, deren Indices mehrere gleiche Primfactoren enthalten. Z. B.:

$$A_2 = A_4 = A_6 \text{ etc.} = 0$$
$$A_9 = A_{25} = A_{27} = A_{45} = A_{49} \text{ etc.} = 0.$$

Die übrigen Coefficienten haben zum Absolutwerthe den reciproken Werth des Quadrates ihres Index multiplicirt mit $\frac{\pi}{4}$.

2. Die Vorzeichen construiren sich nach folgender Regel: Positives Vorzeichen haben ausser dem ersten Coefficienten alle diejenigen, deren Indices unter der Form $4k-1$ erscheinen, während diejenigen, deren Indices durch $4k+1$ bezeichnet sind, negativ werden; A_1 ist $+\frac{\pi}{4}$.

$$A_3 = \frac{1}{3^2}\cdot\frac{\pi}{4},\ A_7 = \frac{1}{7^2}\cdot\frac{\pi}{4},\ A_{31} = \frac{1}{31^2}\cdot\frac{\pi}{4},$$
$$A_{231} = \frac{1}{231^2}\cdot\frac{\pi}{4}, \ldots.$$
$$A_5 = -\frac{1}{5^2}\cdot\frac{\pi}{4},\ A_{13} = -\frac{1}{13^2}\cdot\frac{\pi}{4},\ A_{105} = -\frac{1}{105^2}\cdot\frac{\pi}{4}, \ldots$$

Ausgenommen hiervon sind diejenigen Coefficienten, deren Indices aus einer geraden Anzahl von (ungleichen) Primfactoren bestehen. Diese erhalten das entgegengesetzte von demjenigen Zeichen, welches aus der vorherigen Regel folgen würde. Z. B.

$$A_{15} = -\frac{1}{15^2}\cdot\frac{\pi}{4},\quad A_{21} = +\frac{1}{21^2}\cdot\frac{\pi}{4},\quad A_{35} = -\frac{1}{35^2}\cdot\frac{\pi}{4},$$

$$A_{1155} = -\frac{1}{1155^2}\cdot\frac{\pi}{4},\ \text{etc.}$$

Diese Coefficientenreihe ist absolut convergent, da die Summe der reciproken Werthe aller Quadratzahlen mit jeder Zeichenfolge nach einem bestimmten endlichen Werthe convergirt.*) Für dieses Beispiel also ist die Giltigkeit unserer Reihenentwicklung erwiesen. Für den vorliegenden Fall muss man, um die Reihe hinzuschreiben, sich des Functionszeichens für das allgemeine Glied bedienen, da $f(x)$ nicht in gewöhnlicher Weise durch eine einzige Gleichung ausdrückbar ist.

Zum Verständniss ist in Fig. 3 das Ergebniss durch graphische Superposition der 4 ersten Componenten der Reihe dargestellt. Wegen der Deutlichkeit ist der Massstab der Ordinaten vergrössert angenommen gegen die Abscissenwerthe. Man sieht, wie sich bei Berücksichtigung weniger Glieder die durch Superposition erhaltene gebrochene Linie schon enge an die sinus-Curve anschliesst.

Nebenbei sei bemerkt, dass aus diesem Falle convergente Zahlenreihen für $\frac{1}{\pi^2}$ gewonnen werden können. Setzt man z. B. $x = \frac{\pi}{2}$ und berechnet wie im vorigen Beispiel die ε, so findet sich, dass man das Zeichen für die Coefficienten vom Index $4k-1$

*) Bekanntlich ist

$$\int_1^\infty \frac{dx}{x^2} > \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \cdots$$

Das Integral hat aber den Werth 1, daher convergirt die Reihe mit jedem Zeichenwechsel, also auch, wenn wie oben eine unbegrenzte Zahl von Gliedern fehlt.

umzukehren und mit $\frac{\pi}{2}$ zu multipliciren hat. (Man ersieht dies auch aus der Fig. 3.) Die Reihenentwicklung muss also liefern:

$$\sin\frac{\pi}{2} = 1 = A_1\frac{\pi}{2} - A_3\frac{\pi}{2} + A_5\frac{\pi}{2} - A_7\frac{\pi}{2} \pm \ldots.$$

oder nach Substitution der Werthe für A

$$\frac{8}{\pi^2} = 1 - \frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} - \frac{1}{11^2} - \frac{1}{13^2} + \frac{1}{15^2} \cdots\cdots\cdots.$$

Setzt man $x = \frac{\pi}{3}$, so erhält man zur Berechnung der Werthe der Glieder folgende Tabelle:

n	Benachbarte Vielfache von 2.3	ε_n	Werth von $\pm f[\pm(nx - \varepsilon_n . 2\pi)]$
1	0	0	$+\frac{\pi}{3}$
3			0
5	6	1	$-\frac{\pi}{3}$
7	6	1	$+\frac{\pi}{3}$
9			0
11	12	2	$-\frac{\pi}{3}$
13	12	2	$+\frac{\pi}{3}$
15			0
:	:	:	:

Für alle n, welche Vielfache von 3 sind, wird nach der Definition das periodische Glied $\pm f[\pm(nx - \varepsilon_n 2\pi)]$ gleich Null, da hier nx ganzen Vielfachen von π gleich wird. Es muss also:

$$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}\sqrt{3} = A_1\frac{\pi}{3} - A_5\frac{\pi}{3} + A_7\frac{\pi}{3} - A_{11}\frac{\pi}{3} + \\ + A_{13}\frac{\pi}{3} \mp \ldots.$$

sein, oder nach Substitution der A muss werden:

$$\frac{6}{\pi^2}\sqrt{3} = 1 + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} - \frac{1}{11^2} \cdots .$$

Für $x = \frac{\pi}{6}$ gilt folgende Tabelle:

n	Benachbarte Vielfache von 12	ε_n	Werth von $\pm f[\pm(n x - \varepsilon_n 2\pi)]$
1	0	0	$+\frac{\pi}{6}$
3	0	0	$+\frac{\pi}{2}$
5	0	0	$+\frac{\pi}{6}$
7	12	1	$-\frac{\pi}{6}$
9	12	1	$-\frac{\pi}{2}$
11	12	1	$-\frac{\pi}{6}$
13	12	1	$+\frac{\pi}{6}$
15	12	1	$+\frac{\pi}{2}$
17	12	1	$+\frac{\pi}{6}$
19	24	2	$-\frac{\pi}{6}$
. .	. . . . .	. .	. . . . .

Somit

$$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} = A_1\frac{\pi}{6} + A_3\frac{\pi}{2} + A_5\frac{\pi}{6} - A_7\frac{\pi}{6} - \\ - A_9\frac{\pi}{2} - A_{11}\frac{\pi}{6} + \ldots,$$

wobei $A_9 = A_{25} = A_{27} = \ldots = 0$ zu setzen sind; oder

$$\frac{4}{\pi^2} = 1 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{5^2} \cdot \frac{1}{3} \cdots .$$

Die Gesetze für die Zeichenfolge dieser Zahlenreihen sind

complicirt, lassen sich aber, wie man sieht, unmittelbar aus der Coefficientenreihe herleiten. Bei Berücksichtigung der Glieder bis zum Index 100 liefert die Berechnung dieser Reihen die geforderten Resultate bis auf Einheiten der 4. Decimale.

Beispiel III. Wir setzen $F(x) = \sin x$, $f(x) = \pi x - x^2$; das letztere bedeutet einen über der Strecke 0 bis π ausgespannten Parabelbogen vom Parameter $\frac{1}{2}$ und der Scheitelhöhe $\frac{\pi^2}{4}$. Zur Bestimmung der α haben wir in diesem Falle die Gleichung

$$\alpha_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}(\pi x - x^2)\sin nx\,dx \text{ oder}$$

$$\alpha_n = -\frac{4}{\pi}\cdot\frac{\cos n\pi - 1}{n^3}.$$

Für gerade n ist $\cos n\pi = +1$, also $\alpha_n = 0$. Für ungerade n ist $\cos n\pi = -1$ und $\alpha_n = -\frac{4}{\pi}\cdot\frac{-2}{n^3} = \frac{8}{\pi}\cdot\frac{1}{n^3}$

Es ist also

$$f(x) = \frac{8}{\pi}\left(\sin x + \frac{\sin 3x}{3^3} + \frac{\sin 5x}{5^3} + \ldots\right)$$

Diese Reihe gibt, nebenbei bemerkt, einen Ausdruck für π^3; setzt man $x = \frac{\pi}{2}$, so ist $f(x) = \frac{\pi^2}{4}$, also

$$\frac{\pi^3}{32} = 1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} \mp \ldots.$$

Denkt man sich nun in unserem Theorem die Componenten aus solchen (aufrechten und verkehrten) Parabelbögen gebildet und entwickelt nach ihnen $F(x) = \sin x$, so findet man folgende Coefficientengesetze:

1. Alle Coefficienten mit geradem Index fallen aus, desgleichen diejenigen, deren Indices mehrere gleiche Primfactoren enthalten.

$$A_2 = A_4 = A_6 \text{ etc.} = 0$$
$$A_9 = A_{25} = A_{27} = A_{49} \text{ etc.} = 0.$$

2. Die übrigen haben zu Absolutwerthen die reciproken Cuben ihrer Indices multiplicirt mit $\frac{\pi}{8}$; hierbei sind die Vorzeichen negativ, wenn der Index Primzahl ist, (ausser dem ersten) oder überhaupt, wenn der Index sich in eine ungerade Anzahl von Primfactoren zerlegen lässt. A_1 ist $+\frac{\pi}{8}$.

$$A_3 = -\frac{1}{3^3}\cdot\frac{\pi}{8}, \quad A_5 = -\frac{1}{5^3}\cdot\frac{\pi}{8}, \text{ etc.}$$

$$A_{105} = -\frac{1}{105^3}\cdot\frac{\pi}{8}, \quad A_{165} = -\frac{1}{165^3}\cdot\frac{\pi}{8}, \text{ etc.}$$

Lässt sich der Index in eine gerade Anzahl von Primfactoren zerlegen, so ist das Vorzeichen positiv.*)

Die Coefficienten convergiren absolut und sehr rasch. Setzt man $x = \frac{\pi}{2}$, so findet sich leicht, dass dann werden muss:

$1 = \frac{\pi^2}{4}(A_1 - A_3 + A_5 - A_7 \pm \ldots)$ oder, wenn man für die A ihre Werthe setzt,

$$\frac{32}{\pi^3} = 1 + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \frac{1}{11^3} - \frac{1}{13^3} - \frac{1}{15^3} - \frac{1}{17^3} + \\ + \frac{1}{19^3} + \frac{1}{21^3} \cdots$$

Es lässt sich vermuthen, dass auch noch andere parabolische Curven, deren Scheitel in der Ordinate für $x = \frac{\pi}{2}$ liegen, rasch convergente Entwicklungen für $\sin x$ liefern werden.

Beispiel IV. (Fig. 4.) Ich will nun an dieser Stelle ein Beispiel einschalten, für welches die Ableitung des § 2 nicht

*) Man kann dieses Coefficientengesetz durch eine einfache Formel darstellen: Die Indices der in der Reihe vorkommenden Coefficienten haben die allgemeine Form $(p.q.r.\ldots t)$, wo p, q, etc. von einander verschiedene Primzahlen mit Ausnahme von 2 sind. Ist l die Anzahl dieser Factoren des Index, so ist der Werth des Coefficienten

$$A_{(p.q.r.\ldots t)} = \frac{(-1)^l}{(p.q.r.\ldots t)^3}.$$

ausreicht. Sei $F(x) = \sin x$ und $f(x) = \frac{\pi}{4} \cdot x^0$, so findet man für die Coefficienten A folgende Regeln, welche mit denen des vorigen Beispieles fast übereinstimmen.

1. Alle Coefficienten, deren Indices gerade Zahlen sind, oder mehrere gleiche Primfactoren enthalten, werden Null; z. B.

$$A_2 = A_4 = A_6 \text{ etc. } = 0.$$
$$A_9 = A_{25} = A_{27} = A_{45} \text{ etc. } = 0.$$

2. Die übrigen haben zum Absolutwerth den reciproken Werth ihres Index. Das Vorzeichen findet sich genau nach der Regel des vorigen Beispiels; es ist negativ bei ungerader, positiv bei gerader Primfactorenzahl des Index. Ausgenommen ist nur $A_1 = 1$.

$$A_3 = -\frac{1}{3}, \quad A_5 = -\frac{1}{5}, \quad A_7 = -\frac{1}{7} \text{ etc.}$$

$$A_{15} = +\frac{1}{15}, \quad A_{21} = +\frac{1}{21} \text{ etc.}$$

$$A_{105} = -\frac{1}{105}, \quad A_{165} = -\frac{1}{165} \text{ etc.}$$

Es lässt sich also der Coefficient vom Index $(p.q.r..t)$ darstellen durch die Formel

$$A_{(p.q.r..t)} = \frac{(-1)^l}{p.q.r..t},$$

wo l die Anzahl der ungleichen Primzahlen p, q, ... bedeutet. Die Reihe wäre also für diesen Fall

$$\sin x = \frac{\pi}{4}\left\{\pm (x - \varepsilon_1 2\pi)^0 \mp \frac{(3x - \varepsilon_3 2\pi)^0}{3} + \frac{(5x - \varepsilon_5 2\pi)^0}{5} \cdots\right\}$$

Die Absolutwerthe der Coefficienten bilden in diesem Falle eine divergente Reihe und somit wäre also nach § 3 die Zulässigkeit der Entwicklung dahingestellt. Wenn man aber für bestimmte Werthe des x die Reihe anwendet, so findet man, dass sie stets die geforderten Werthe liefert. Zunächst kann man dies durch directe Berechnung sehr vieler Glieder für solche Ordinaten bestätigen, bei welchen keine der periodischen Componenten einen Sprung macht (Siehe Fig.).

Setzt man $x = \frac{\pi}{2}$, so muss

$$\sin\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}\{A_1 - A_3 + A_5 - A_7 + A_9 \mp \ldots\} \text{ oder}$$

$$\frac{4}{\pi} = A_1 - A_3 \pm \ldots \text{ werden.}$$

Für $x = \frac{\pi}{6}$ ergibt sich die periodische Zeichenfolge $+++---$ und es muss

$$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4}\{A_1 + A_3 + A_5 - A_7 - A_9 - A_{11} \ldots\}$$

oder $\frac{2}{\pi} = A_1 + A_3 + A_5 - A_7 \ldots\ldots$ werden u. s. w.

Die Rechnung liefert die entsprechenden Werthe mit einer Annäherung, wie sie bei der schwachen Decrescenz der Coefficienten nicht besser erwartet werden kann, so z. B. bei der Gliederzahl bis zum Index 100 im ersteren Falle 1,287 anstatt 1,273, im zweiten 0,627 anstatt 0,636 u. s. f.

Einen besonderen Zweifel könnten die Sprungstellen der Componenten und deren Nachbarschaft veranlassen. Wir wollen daher einige derselben prüfen. Die Reihe gilt für $x = 0$ und $x = \pi$, da hier alle Componenten nach der Definition Null sind. Wächst x von dem Werthe 0 um ein unendlich Kleines, so springen die Componenten sofort auf die Werthe $A_1\frac{\pi}{4}$, $A_3\frac{\pi}{4}$, $A_5\frac{\pi}{4}$, etc., da ja für die ersten Zweige linker Hand in der Figur die oberen Zeichen der Reihe gelten. Man erhält also durch Superposition unendlich nahe beim Anfangspunkte der Coordinaten die Ordinate

$$y = \frac{\pi}{4}\{A_1 + A_3 + A_5 + \ldots\} = \frac{\pi}{4} \cdot S.$$

Soll die Giltigkeit für diese Formel bestehen, so muss, da $\sin x$ für verschwindende x selbst verschwindet, S den Grenzwerth Null haben. Dies bestätigt nun sowohl eine directe Berechnung sehr vieler Glieder, als folgende Betrachtung.*) Die Glieder der

*) Dieser Betrachtung will ich übrigens keinen höheren Werth beimessen, als der directen Berechnung vieler Glieder, denn die Darstellung der vorliegenden Zahlenreihe in Form eines Productes ist nicht frei von Einwänden.

Summe S lassen sich nämlich auch darstellen, indem man das fortlaufende Product aus Binomen

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1-\frac{1}{11}\right)\ldots.$$

ohne Reduction ausmultiplicirt, wobei die Nenner die Primzahlen durchlaufen. Es lässt sich zeigen, dass dieses Product verschwindet bei unbegrenzter Factorenzahl. Zunächst ist der Grenzwerth des Productes

$$\sigma=\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{11}\right)\ldots,$$

in welchem die Nenner durch alle ungeraden Zahlen gebildet werden, bekannt, denn es ist dieses Product beim k^{ten} Factor abgebrochen

$$\sigma_k=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdots\frac{2k}{2k+1}=\frac{\frac{2^k.k!}{(2k)!}}{2^k k!}(2k+1)=\frac{2^{2k}(k!)^2}{(2k+1)(2k)!}$$

Bekanntlich ist aber

$$\lim\frac{\sqrt{2\pi k}\left(\frac{k}{e}\right)^k}{k!}=1 \text{ oder } k!=\sqrt{2\pi k}.\left(\frac{k}{e}\right)^k$$

für sehr grosse k. Dies auf unseren Fall angewandt, gibt

$$\sigma_k=\frac{\sqrt{k\pi}}{2k+1} \text{ oder } \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{k}} \text{ in der Gränze.}$$

Dies verschwindet aber, daher σ in der Gränze Null wird. Nun ist S kleiner, als der Werth, welchen σ annimmt, wenn man in letzterem Producte den 2., 4., 6. etc. Factor weglässt, da diese Factoren jedenfalls viel dichter gedrängt sind, als diejenigen, deren Nenner nicht Primzahlen sind. Es ist kurz

$$v=\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{10}{11}\cdots\ldots>S.$$

Nun ist aber

$$\sigma=\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{10}{11}\cdots\right)\left(\frac{4}{5}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{12}{13}\cdots\right)=v.w, \text{ wobei offenbar } v<w$$

und $v^2<vw$. Da nun $\sigma=v.w=\lim\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{k}}$, also jedenfalls

auch $v^2 < \lim \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{k}}$ oder $v < \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{k}}}$ und $S < v$, so ist $S < \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt[4]{\frac{\pi}{k}}}$ oder bei wachsendem k verschwindet S. Die Reihe gilt also auch in unendlicher Nähe des Coordinatenanfangspunktes, desgleichen in der Nähe von $x = \pi$.

Gehen wir nun zu einer Sprungstelle auf der Strecke zwischen 0 und π über. Für $x = \frac{\pi}{3}$ z. B. springen alle diejenigen Componenten, deren Indices Vielfache von 3 sind. Diese werden hier Null und die Ordinate der darzustellenden Curve hat den Werth

$$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4}\{A_1 + 0 - A_5 + A_7 + 0 - A_{11} + A_{13} + 0 \ldots\},$$

oder es muss $\frac{2}{\pi}\sqrt{3} = A_1 - A_5 + A_7 - A_{11} \pm \ldots$ werden. Die Rechnung gibt bis zum Index 100 die Zahl 1,102 anstatt 1,097.

Lassen wir x noch um ein sehr Kleines über diese Sprungstelle hinaus wachsen, so erhält die Ordinate den Zuwachs

$$z = \{-A_3 - A_{15} - A_{21} - A_{33} - \ldots\} = \frac{\pi}{4} \cdot s,$$

wie durch eine einfache Betrachtung zu finden ist. Setzt man aber für die A ihre Werthe aus dem obigen Coefficientengesetze ein, so ersieht man sofort, dass die Glieder der Summe s auch dargestellt werden können durch Entwicklung des Productes

$$s = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 - \frac{1}{7}\right)\left(1 - \frac{1}{11}\right)\ldots,$$ in welchem die Nenner durch die Reihe der Primzahlen gebildet werden. Daraus würde folgen:

$$\frac{s\left(1 - \frac{1}{3}\right)}{\frac{1}{3}} = S \text{ oder } s = \frac{1}{2}S,$$

unter S die oben bereits betrachtete Summe aller A verstanden. Wenn diese verschwindet, so verschwinden auch s und z. Die directe Berechnung von s bestätigt die Convergenz nach dem Werthe Null. Beim Ueberschreiten der Sprungstelle $x = \frac{\pi}{3}$ er-

fährt also die Ordinate keinen endlichen Zuwachs. Eine ähnliche Betrachtung lässt sich auch bei allen übrigen Sprungstellen wiederholen.

Da die Reihe für die obigen Werthe von x gilt, so ist es erlaubt zu schliessen, dass nun auch die Giltigkeit für jeden Werth von x zwischen 0 und π besteht, denn es gibt ja keinen Punkt auf dieser Strecke, in welchem die darzustellende oder darstellende Function durch irgend eine besondere Eigenthümlichkeit von den bereits geprüften Stellen verschieden wären. Wenn nun auch diese inductive Schlussweise nicht den Werth eines strengen Beweises hat, so dürfte sich doch in dem vorliegenden Falle kaum ein ernstlicher Einwand gegen dieselbe erheben lassen.

Es wäre nun weiter durch Anwendung des § 3 zu folgern, dass auch die gebrochene Linie des Beispiels II und der Parabelbogen des Beispiels III durch $f(x)=\frac{\pi}{4}$ periodisch darstellbar sind.

Beispiel V. Es sollen zum Schluss noch einige Beispiele hinzugefügt werden, bei denen die darstellende Function $f(x)$ oder die darzustellende $F(x)$ auf der Strecke 0 bis π discontinuirlich sind. Sei $f(x)$ eine Function, welche folgenden Verlauf habe

$$f(x)\begin{cases} =\frac{\pi}{6} \text{ für } 0<x<\frac{\pi}{3} \\ =\frac{\pi}{3} \text{ für } \frac{\pi}{3}<x<\frac{2\pi}{3} \\ =\frac{\pi}{6} \text{ für } \frac{2\pi}{3}<x<\pi; \end{cases}$$

hier macht also $f(x)$ für $x=\frac{\pi}{3}$ und $\frac{2\pi}{3}$ Sprünge und diese kommen natürlich auch in den einzelnen Zweigen aller übrigen periodischen Componenten (s. Fig. 5) vor. Nun ist α_n gegeben durch die Summe dreier Integrale

$$\alpha_n=\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\pi}{6}\sin nx\,dx+\frac{2}{\pi}\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}\frac{\pi}{3}\sin nx\,dx+\frac{2}{\pi}\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi}\frac{\pi}{6}\sin nx\,dx$$

$$\text{oder } \alpha_n=\frac{2}{3n}\left\{\frac{1}{2}+\sin\frac{n\pi}{2}\sin\frac{n\pi}{6}-\frac{1}{2}\cos n\pi\right\}.$$

Dies ist Null für alle geraden n und solche, welche Vielfache von 3 sind; für alle übrigen Werthe von n ergibt sich $\alpha_n = \frac{1}{n}$; es ist also

$$f(x) = \sin x + \frac{\sin 5x}{5} + \frac{\sin 7x}{7} + \frac{\sin 11x}{11} + \frac{\sin 13x}{13} + \cdots$$

Die zu entwickelnde Function sei der Einfachheit halber $F(x) = \frac{\pi}{4}$. Die zugehörigen a sind aus den vorigen Beispielen bekannt. Für die A ergibt sich das einfache Gesetz

$$A_1 = +1$$
$$A_3 = +\frac{1}{3}$$
$$A_9 = +\frac{1}{9}$$
$$A_{27} = +\frac{1}{27} \text{ etc.}$$

Alle übrigen verschwinden. Die Fig. 5 zeigt die Superposition der 3 ersten Glieder. Da hier $f(x)$ so gewählt ist, dass man dieselbe zwischen 0 und π nicht durch einen geschlossenen Ausdruck darstellen kann, so muss man sich mit der Form

$$F(x) = \frac{\pi}{4} = \pm 1 \cdot f[\pm (x - \varepsilon_1 2\pi)] \pm \frac{1}{3} \cdot f[\pm (3x - \varepsilon_3 2\pi)] \pm \ldots.$$

begnügen, in welcher jedoch f die obige specielle Bedeutung hat. Da die Absolutwerthe der Coefficienten die Summe $\frac{1}{2}$ haben, so ist die Entwicklung zulässig. Für $x = \frac{\pi}{2}$ ist beispielsweise

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{27} - \frac{\pi}{81} \pm \ldots = \frac{\pi}{4}.$$

An den Stellen, an welchen die Componenten springen, also doppelwerthig sind, soll nach § 1 der Mittelwerth der beiden zugehörigen Ordinaten genommen werden. So springt z. B. bei $x = \frac{\pi}{3}$ das erste Glied der Reihe von $\frac{\pi}{3}$ auf $\frac{\pi}{6}$. Bei der Superposition

(Fig. 5) ist also der Werth $\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{4}$ zu setzen. An dieser Stelle springen alle übrigen Glieder von ihren positiven auf die entgegengesetzten Werthe. Ihre Werthe sind Null und die Reihe liefert also $F\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\pi}{4}$.

Ist $x=\frac{\pi}{9}$, so ist das erste Glied $\frac{\pi}{6}$, das zweite $\frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}$ $=\frac{\pi}{12}$ alle übrigen Glieder sind Null, also $F\left(\frac{\pi}{9}\right)=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}$ u. s w. Es bestätigt sich also wiederum die Giltigkeit der Reihe für die Sprungstellen, wenn man für diese nach der Definition die Mittelwerthe gelten lässt.

Umkehrung. Wenn man in dem eben behandelten Beispiel die darstellende Function zur darzustellenden, die dargestellte zur darstellenden macht, so erhält man die Coefficienten

$$A_1=+1,\quad A_3=-\frac{1}{3}.$$

Alle übrigen fallen aus und die nur aus 2 Gliedern bestehende Reihe entspricht der Fig. 6; ihre Giltigkeit ist daher selbstverständlich. An den beiden Sprungstellen $x=\frac{\pi}{3}$ und $x=\frac{2\pi}{3}$ ist der Werth des ersten Gliedes $\frac{\pi}{4}$, der des zweiten Null. Die Reihe liefert also $F(x)=\frac{\pi}{4}$. An diesen Stellen springt die darzustellende Function von $\frac{\pi}{6}$ auf $\frac{\pi}{3}$ (und umgekehrt). Die Reihe liefert also das arithmetische Mittel aus den benachbarten Functionswerthen, wenn die zu entwickelnde Function discontinuirlich wird; sie stimmt also in dieser Beziehung mit der Entwickelung nach Fourier überein.

Beispiel VI. Wir wollen noch an einem zweiten sehr übersichtlichen Falle die Entwicklung nach der unstetigen Function des vorigen Beispieles zeigen. Es sei darzustellen die geneigte gerade Linie

$$F(x)=\frac{x}{2}=\sin x-\frac{\sin 2x}{2}+\frac{\sin 3x}{3}-\frac{\sin 4x}{4}\pm\ldots.$$

Die darstellende Function sei, wie vorher

$$f(x) = \sin x + \frac{\sin 5x}{5} + \frac{\sin 7x}{7} + \frac{\sin 11x}{11} + \dots$$

Für unsere Coefficientenreihe gelten folgende Regeln:

1. Alle Coefficienten werden Null, deren Indices nicht ausdrückbar sind durch Potenzen von 2 oder 3 oder durch Producte dieser Potenzen

$$A_5 = A_7 = A_{10} = A_{11} \text{ etc.} = 0.$$

2. Die Absolutwerthe sind die reciproken Werthe der Indices. Positives Zeichen haben hierbei die Potenzen von 3, alle übrigen erhalten negatives Zeichen.

$$A_1 = 1,\ A_3 = \frac{1}{3},\ A_9 = \frac{1}{9},\ A_{27} = \frac{1}{27} \text{ etc.}$$

$$A_2 = -\frac{1}{2},\ A_4 = -\frac{1}{4},\ A_6 = -\frac{1}{6},\ A_8 = -\frac{1}{8},\ A_{12} = -\frac{1}{12} \text{ etc.}$$

Diese Coefficientenreihe absolut genommen lässt sich darstellen durch Entwicklung des Productes der beiden Potenzreihen

$$\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots\right)\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots\right) = 2\frac{3}{2}.$$

Die Entwicklung ist also jedenfalls zulässig, was man leicht für eine Anzahl von Punkten bestätigen knnn.

Auch $F(x) = \sin x$ gibt bei der Darstellung durch obige unstetige Function ein einfaches Coefficientengesetz. Man erhält dasselbe unmittelbar, wenn man von den Coefficienten des Beispiels IV diejenigen Null setzt, deren Indices Vielfache von 3 sind. Dieser Fall muss wiederum durch eine Betrachtung für sich bestätigt werden.

Beispiel VII. Es sei noch hinzugefügt, dass die darstellende Function unter Umständen für $x = \frac{\pi}{2}$ einen kleineren Werth haben darf, als an anderen Stellen der Strecke $x = 0$ bis $x = \pi$. Setzt man

$$f(x)\begin{cases} = \frac{\pi}{3} & \text{für } 0 < x < \frac{\pi}{3} \\ = \frac{\pi}{6} & \text{„ } \frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3} \\ = \frac{\pi}{3} & \text{„ } \frac{2\pi}{3} < x < \pi \end{cases}$$

und entwickelt $F(x) = \frac{\pi}{4}$, so werden alle A zu Null, ausser

$$A_1 = 1,\ A_3 = -\frac{1}{3},\ A_9 = \frac{1}{9},\ A_{27} = -\frac{1}{27} \text{ etc.}$$

Die Reihe ist auch hier anwendbar.

§ 5.

In der allgemeinen Betrachtung wurde die Wahl der zur Reihenentwicklung benutzten Functionen ganz offen gelassen. Man überzeugt sich leicht, dass für diese Wahl Beschränkungen existiren, wenn auch ein allgemeiner Ausdruck für dieselben vorläufig nicht gegeben werden kann. Unmittelbar einzusehen ist allerdings, dass der erste Coefficient α_1 der darstellenden Function, wenn man diese nach Fourier in den Sinus ganzer Vielfacher von x entwickelt, nicht verschwinden darf, da sonst die A der Reihe (10) unendlich werden.

Ausserdem findet man bei der Anwendung der Reihe manche Fälle, in welchen dieselbe unbestimmte Werthe liefert. Hierbei kommt es vor, dass die Reihe für gewisse charakteristische Punkte der darzustellenden Curve giltig seiu kann, während sie andere Punkte unbestimmt lässt. Ich will dies der Vollständigkeit halber wenigstens an einem Beispiele erläutern.

Beispiel VIII. Sei $F(x) = \frac{\pi}{4}$, $f(x) = \frac{x}{2}$, so findet man, dass $A_1 = 1$, ferner:

$$A_2 = A_4 = A_8 = A_{16} \text{ etc. } = \frac{1}{2}.$$

Alle übrigen Coefficienten werden Null. Die Reihe ist graphisch durch Fig. 7 verdeutlicht. Sie wäre zu schreiben:

$$\frac{\pi}{4}=\frac{x-\varepsilon_1 2\pi}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2x-\varepsilon_2 2\pi}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4x-\varepsilon_4 2\pi}{2}+\ldots..$$

da die Doppelzeichen hier stets + liefern und die Vorzeichen durch die Werthe des ε an sich bestimmt sind. Obschon nun die Coefficientenreihe divergirt, so werden alle Ordinaten an den Sprungstellen der periodischen Glieder richtig dargestellt.

für $x=\frac{\pi}{2}$ ist $y=\frac{\pi}{4}+0+0....$

„ $x=\frac{\pi}{4}$ „ $y=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{8}+0....$

„ $x=\frac{3\pi}{4}$ „ $y=\frac{3\pi}{8}-\frac{\pi}{8}+0...$

„ $x=\frac{\pi}{8}$ „ $y=\frac{\pi}{16}+\frac{\pi}{16}+\frac{\pi}{8}+0....$

„ $x=\frac{3\pi}{8}$ „ $y=\frac{3\pi}{16}+\frac{3\pi}{16}-\frac{\pi}{8}+0...$ u. s. w.

Für andere x erscheint der Werth der Reihe unter unbestimmter Form, z. B. für $x=\frac{\pi}{3}$

$$y=\frac{\pi}{6}\{1+1--1+1-1\pm....\}$$

Je nachdem man diese Summe beim $2k^{\text{ten}}$ oder $(2k+1)^{\text{ten}}$ Gliede abbricht, erhält man $\frac{\pi}{3}$ oder $\frac{\pi}{6}$, d. h. das Resultat schwankt um den geforderten Werth $\frac{\pi}{4}$ herum; u. s. f.

Auch $F(x)=\sin x$, nach $f(x)=\frac{x}{2}$ entwickelt, gibt ein ganz ähnliches Resultat.

In den Beispielen des vorigen Paragraphen, in welchen die Reihe als zulässig erwiesen wurde, war $f(x)$ stets so gewählt, dass ihre graphische Darstellung eine zur Ordinate bei $x=\frac{\pi}{2}$ symmetrische Figur bildete, kurz es war stets $f(x)=f(\pi-x)$. Ich muss an dieser Stelle bemerken, dass diese Eigenschaft nicht massgebend ist für die Zulässigkeit, wie man aus den Beispielen leicht

vermuthen könnte.*) Im Allgemeinen existirt eine solche Beschränkung jedenfalls nicht, da auch leicht Beispiele für das Gegentheil anzuführen sind. Setzt man z. B. $F(x)=\frac{\pi}{4}$ und

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\pi}{3} \text{ für } 0<x<\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{6} \text{ für } \frac{\pi}{2}<x<\pi\end{cases}, \text{ so folgen die Coefficienten}$$

$$A_1=1,\ A_2=-\frac{1}{3},\ A_4=\frac{1}{9},\ A_8=-\frac{1}{27} \text{ etc.}$$

Die übrigen werden Null und es ist sofort ersichtlich, dass die Reihe auch hier Giltigkeit hat.

Es scheint jedoch die Entwickelung nicht zulässig zu sein in solchen Fällen, in denen die darstellende Function zwischen $x=0$ und π auf einer oder mehreren endlichen Strecken den constanten Werth Null hat, während zugleich die darzustellende innerhalb derselben Gränzen von Null verschieden ist; wenigstens zeigte sich dies in einer grösseren Anzahl von untersuchten Beispielen, deren Mittheilung zu weitläufig sein würde.

Die Mehrzahl der Beispiele, welche ich im vorhergehenden Paragraphen zur Erläuterung anführte, hat keine specielle Bedeutung für die physikalischen Zwecke der Untersuchung. Ich habe dieselben dennoch wegen der eigenthümlichen Zahlenreihen mitgetheilt, welche sehr häufig bei der Coefficientenberechnung zum Vorschein kommen. Vielleicht können diese periodischen Reihen unter Umständen in der Zahlenlehre brauchbare Dienste leisten.

Endlich sei noch bemerkt, dass die in Obigem durchweg gebrauchte Bezeichnungsweise für die darstellenden periodischen Functionen vielleicht etwas zu weitschweifig erscheinen mag; man kann dieselbe ohne Schwierigkeit durch eine kürzere ersetzen. Ich bin jedoch in den folgenden Abschnitten bei der ursprünglichen Form stehen geblieben, da dieselbe zu numerischen Berechnungen ganz geeignet ist.

---

*) In meiner bereits oben citirten „vorläufigen Bemerkung“ vermuthete ich, dass eine solche Beschränkung bestehe, was hiermit seine Berichtigung findet.

§ 6.

Wir wollen nun unsere allgemeinen Betrachtungen fortsetzen und zunächst auf Grundlage der Eigenschaften des Ausdruckes

$$(12)\quad y = \frac{\beta_0}{2} + \beta_1 \cos x + \beta_2 \cos 2x + \ldots + \beta_n \cos nx + \ldots.$$

eine zweite erweiterte Reihenentwickelung ableiten. Die obige Function ist periodisch mit dem Intervall 2π, weil $\cos n(x + 2\pi) = \cos nx$ ist; es ist aber auch $\cos n(-x) = \cos nx$, also sind die Werthe der Function dieselben für entgegengesetzte x. Hieraus folgt die graphische Darstellung Fig. 8. Die Zweige zwischen $x = 2\pi$ und $x = 3\pi$, dann -2π und $-\pi$, kurz zwischen $x = 2k\pi$ und $x = (2k+1)\pi$, wo k alle ganzen Zahlen bedeutet, sind Wiederholungen des Zweiges von $x = 0$ bis $x = \pi$; alle übrigen Zweige erhält man, indem man das System der vorigen um die Ordinatenachse umgekehrt denkt.

Fallen die Werthe der Reihe (12) zwischen $x = 0$ und $x = \pi$ zusammen mit den Werthen einer bestimmten gegebenen Function $f(x)$, in welchem Falle

$$\beta_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx \, dx$$

zu setzen ist, so kann man ähnlich, wie es im § 1 geschah, eine periodische Functionsbezeichnung einführen, indem man schreibt:

$$(13)\ \ldots\quad f[\pm(x - \varepsilon 2\pi)] = \frac{\beta_0}{2} + \beta_1 \cos x + \beta_2 \cos 2x + \ldots.;$$

hierbei hat ε die Bedeutung, wie in den früheren Paragraphen, desgleichen gilt für die Wahl des Vorzeichens dieselbe Regel. Auch bezüglich der Unstetigkeitsstellen gelten die im § 1 gemachten Bemerkungen.

Man kann nun wieder den Versuch machen, durch ein der Betrachtung des § 2 ganz analoges Verfahren die eben definirte periodische Function zur Entwickelung anderer Functionen in Reihen zu benutzen. Sei also gegeben

$$(14)\ldots.\quad F(x) = \frac{b_0}{2} + b_1 \cos x + b_2 \cos 2x + \ldots.,$$

so setzen wir

$$(15) \quad . \quad F(x) = \frac{B_0}{2} + B_1 y_1 + B_2 y_2 + \ldots + B_n y_n + \ldots$$

Die Glieder dieser Reihe sind definirt durch die Gleichung

$$y_n = \frac{\beta_0}{2} + \beta_1 \cos n x + \beta_2 \cos 2 n x + \ldots,$$

wo n die Reihe der ganzen positiven Zahlen durchläuft. Eine der früheren ganz entsprechende Additionsweise ergibt

$$B_1 y_1 = B_1 \left[\frac{\beta_0}{2} + \beta_1 \cos x + \beta_2 \cos 2 x + \beta_3 \cos 3 x + \ldots \right]$$

$$B_2 y_2 = B_2 \left[\frac{\beta_0}{2} \qquad + \beta_1 \cos 2 x + \ldots \right]$$

$$B_3 y_3 = B_3 \left[\frac{\beta_0}{2} \qquad\qquad + \beta_1 \cos 3 x + \ldots \right]$$

. . . . . .

Fügt man zu dieser Summe noch das unbekannte $\frac{B_0}{2}$ hinzu und setzt die Coefficienten der unter einander geschriebenen cosinus mit denselben Bogenwerthen gleich den Coefficienten der Reihe (14), so erhält man die Bedingungsgleichungen

$$(16) \quad \ldots \begin{cases} b_0 = B_0 + \beta_0 [B_1 + B_2 + B_3 + \ldots] \\ b_1 = B_1 \beta_1 \\ b_2 = B_1 \beta_2 + B_2 \beta_1 \\ b_3 = B_1 \beta_3 + B_3 \beta_1 \\ b_4 = B_1 \beta_4 + B_2 \beta_2 + B_4 \beta_1 \\ \ldots \ldots \ldots \end{cases},$$

aus denen, wie früher, die Coefficienten B zu bestimmen sind. Bezüglich der Zulässigkeit der Reihe (15) gelten offenbar mutatis mutandis die Bemerkungen des § 3, weshalb dieselben hier nicht wiederholt zu werden brauchen.

Man erkennt hier sofort, dass die Summe $(B_1 + B_2 + B_3 + \ldots)$ convergent werden muss, wenn B_0 einen endlichen Werth haben soll; indessen kann man hierin keine besondere Beschränkung erblicken, denn es gilt ja auch für die Reihe (12) nach Fourier eine analoge Bedingung; dieselbe gilt nämlich auch für $x = 0$,

woraus folgt, dass die Summe $(\beta_1+\beta_2+\beta_3+\ldots)$ einen endlichen Werth haben muss. — Uebrigens könnte man zur Vereinfachung der obigen Formeln $y_n - \frac{\beta_0}{2} = z_n$ setzen und nun nach z_n entwickeln.

Unsere Betrachtung führt also zu einer Reihe, welche sich zur Darstellung von Functionen gemäss Gleichung (9) gerade so verhält, wie die Entwickelung nach sinus ganzer Vielfacher (Fourier) zu jener nach den cosinus. Durch Einführung von $f(x)$ an Stelle unserer y erhalten wir die Form

$$(17)\quad \begin{cases} F(x) = \frac{B_0}{2} + B_1 f[\pm(x - \varepsilon_1 2\pi)] + B_2 f[\pm(2x - \varepsilon_2 2\pi)] + \\ \qquad + \ldots + B_n f[\pm(nx - \varepsilon_n 2\pi)] + \ldots, \end{cases}$$

wobei die Bedeutung des ε_n aus dem Früheren zu entnehmen ist.

In der graphischen Darstellung hat diese Reihe die Deutung, dass die Ordinaten einer darzustellenden Curve hervorgehen aus der Superposition der Ordinaten von periodischen Componenten, welche die an Fig. 8 erläuterten Eigenschaften haben.

Da, wie schon erwähnt, die Gleichung (12) auch für die Gränzen $x=0$ und $x=\pi$ giltig bleibt, da also, wie aus der Fig. 8 zu ersehen, die einzelnen Zweige der periodischen Componenten sich stetig an einander schliessen, so ist keine besondere Rücksicht auf diese Uebergangsstellen zu nehmen; zwar wird im allgemeinen Gliede

$$y_n = f[\pm(nx - \varepsilon_n 2\pi)]$$

für $x = (2k+1)\frac{\pi}{n}$ der Werth des ε_n zweideutig; denn es wird hier $\frac{nx}{2\pi} = k + \frac{1}{2}$, also ε_n sowohl $= k$, als auch $= k+1$; wir haben also, je nachdem wir wählen

$\varepsilon_n = k$, $k + \frac{1}{2} > \varepsilon_n$, das obere Zeichen, oder

$\varepsilon_n = k+1$, also $k + \frac{1}{2} < \varepsilon_n$, das untere Zeichen zu setzen. Dann erhalten wir für y_n die beiden Werthe

$$f\left[n(2k+1)\frac{\pi}{n} - k.2\pi\right] = f(\pi) \text{ oder}$$

$$f\left[-n(2k+1)\frac{\pi}{n}+(k+1)2\pi\right]=f(\pi),$$

also in beiden Fällen denselben Functionswerth, wie auch unmittelbar aus der Figur hervorgeht. Bei zweideutigem ε ist es also gleichgiltig, welcher Werth gewählt wird und die Entwickelung bleibt daher giltig bei allen Uebergangsstellen der periodischen Componenten.

Endlich ist zu bemerken, dass die Reihe (17) selbst wieder die periodischen Eigenschaften der Reihe (12) besitzt; sie liefert nämlich gleiche Werthe für entgegengesetzte x und ist periodisch mit dem Intervall 2π. Schreibt man in (17) $F[\pm(x-\varepsilon_1 2\pi)]$ anstatt $F(x)$, so gilt die Gleichung von $x=-\infty$ bis $x=+\infty$. Einige Beispiele werden genügen, um die Anwendung zu zeigen.

Beispiel IX. $F(x)=\cos x$, $f(x)=x$ oder nach (13) entwickelt

$$f(x)=\frac{\pi}{2}-\frac{4}{\pi}\left[\cos x+\frac{\cos 3x}{3^2}+\frac{\cos 5x}{5^2}+\ldots.\right].$$

Die Anwendungen der Gleichungen (16) ergeben das Resultat, dass die Coefficienten B_1, B_2, B_3 ... ihrem Absolutwerthe nach mit den A_1, A_2, A_3 ... des Beispieles II in § 4 identisch sind. Die Zeichenfolge erhält man, indem man in letzterem Beispiele das Vorzeichen aller derjenigen A ändert, deren Indices die Form $4k+1$ haben. So ist z. B.

$$B_2=B_4=B_6 \text{ etc. } =0$$
$$B_9=B_{25}=B_{27}=B_{45} \text{ etc. } =0$$
$$B_1=-\frac{\pi}{4};\ B_5=+\frac{1}{5^2}\frac{\pi}{4};\ B_{13}=+\frac{1}{13^2}\frac{\pi}{4};\ \text{etc.}$$
$$B_3=\frac{1}{3^2}\frac{\pi}{4};\ B_7=\frac{1}{7^2}\frac{\pi}{4};\ B_{15}=-\frac{1}{15^2}\frac{\pi}{4};\ \text{etc.}$$

Dieses Resultat lässt sich durch Betrachtung der zu Beispiel II gehörigen graphischen Darstellung (Fig. 3) sofort verstehen. Denkt man sich dieselbe nämlich über $x=\pi$ hinaus erweitert, so sieht man unmittelbar, dass der Verticalstreifen der Zeichnung, welcher zwischen die Ordinaten für $x=\frac{\pi}{2}$ u. $x=\frac{3\pi}{2}$ fällt, nichts weiter ist, als eine graphische Darstellung von $\cos x$ zwischen 0 und π, erhalten aus der Superposition von periodischen

Componenten, wie sie in dem vorliegenden Falle gefordert werden. Nur sind diese periodischen Componenten in der Zeichnung, wenn sie für diesen Fall passen sollen, je um eine gewisse Grösse in der Richtung der Yachse verschoben zu denken. Man hat hierbei jede der Componenten so weit nach oben oder unten zu verschieben, dass die Spitzen der Zickzacklinien, welche in Fig. 3 in der Ordinate bei $x=\frac{\pi}{2}$ liegen, auf die Xachse fallen. Dann stellen dieselben die periodischen Glieder unseres Falles graphisch dar. Man findet nun ferner

$B_0=-\pi(B_1+B_3+B_5+\ldots)$ oder nach obiger Bemerkung $=\pi(A_1-A_3+A_5\mp\ldots)$, wo die A sich auf das Beispiel II beziehen. Die eingeklammerte Summe wurde aber dort $=\frac{2}{\pi}$ gefunden, daher ist $B_0=2$, also $\frac{B_0}{2}=1$. Es sei nebenbei bemerkt, dass dieser Werth von $\frac{B_0}{2}$ hier nichts weiter ist, als die Summe der Verschiebungen, welche wir in Fig. 3 mit den periodischen Componenten vornehmen mussten, um sie unserem Beispiel anzupassen, wie sich ohne weitere Erörterung einsehen lässt.

Ueberhaupt ist zu ersehen, dass alle früher behandelten Fälle, in welchen nur periodische Componenten mit ungeradem Index vorkommen, sich in ähnlicher Weise sofort in die Form der Reihe (17) bringen lassen und als Beispiele für diese letztere gelten können.

Beispiel X. $F(x)=\frac{\pi}{4}$, $f(x)=x$; Man erhält $B_1=B_2=$ $=B_3=\ldots=B_n=0$. Es bleibt nur das eine Glied $\frac{B_0}{2}=\frac{b_0}{2}=\frac{\pi}{4}$.

Die beiden behandelten Beispiele zeigen, dass bei Functionen, für welche die Reihe (10) unbrauchbar wird, die Anwendbarkeit von (17) nicht ausgeschlossen ist. — Dasselbe gilt umgekehrt; denn entwickelt man z. B.

$F(x)=x$ nach $f(x)=\frac{\pi}{4}$ gemäss Glchg. (17), so haben die B den Werth ∞, und für bestimmte x ergibt die Reihe die unbe-

stimmte Form: $+\infty -\infty$. Die Entwickelung (17) ist also nicht zulässig, während (10) in Beispiel 1 zu einem convergenten Resultate führte. Dies ist übrigens a priori einleuchtend, denn $f(x)=\frac{\pi}{4}$ stellt bei ihrer periodischen Wiederholung nach dem Schema der Fig. 8 auch ausserhalb der Gränzen 0 und π eine unendliche Gerade parallel der Xachse dar und ebenso alle anderen Glieder der Reihe, durch deren Superposition offenbar keine andere Curve erhalten werden kann.

§ 7.

Im Allgemeinen und besonders bei physikalischen Anwendungen wird die Entwickelung von Functionen verlangt, die in einem weiteren Sinne periodisch sind, als es bei den Reihen (10) und (17) der Fall ist. Sie sollen nur der einen Bedingung genügen, dass die Functionswerthe in gegebenen, gleichen Intervallen wiederkehren.

Zu dem Ende kann man eine Combination der beiden Entwickelungen (10) und (17) anwenden, welche ganz ähnlich derjenigen ist, durch welche man von den Reihen (2) und (13) zu der allgemeinen Fourier'schen Reihe gelangt, die gleichzeitig nach sinus und cosinus ganzer Vielfacher fortschreitet.

Zunächst kann man das Intervall 0 bis π, welches in den Glchgn. (10) und (17) für die darzustellende Function massgebend war, durch eine einfache Transformation in bekannter Weise erweitern. Es sei z. B. gefunden, dass die Reihe (10) des § 2 giltig sei zwischen 0 und π für zwei gewisse Functionen $F(x)$ und $f(x)$. Will man nun statt dieser Gränzen die Gränzen 0 und l einführen, so setze man in der Entwickelung $x=x'.\frac{\pi}{l}$; man erhält, indem man die Accente gleich weglässt

$$a_m=\frac{2}{l}\int_0^l F\left(\frac{\pi x}{l}\right)\sin\frac{m\pi x}{l}\,dx \text{ und}$$

$$\alpha_m=\frac{2}{l}\int_0^l f\left(\frac{\pi x}{l}\right)\sin\frac{m\pi x}{l}\,dx.$$

Es sind die A durch Substitution in (8) zu berechnen. Das allgemeine Glied der Reihe (10) heisst nun

$$\pm f\left[\pm\left(\frac{m\pi x}{l}-\varepsilon_m 2\pi\right)\right]=\pm f\left[\pm\frac{\pi}{l}\left(mx-\varepsilon_m 2l\right)\right],$$

wo nun ε_m diejenige ganze Zahl bedeutet, welche dem Werthe $\frac{mx}{2l}$ am nächsten liegt. Die Reihe heisst dann

$$(18)\ \ldots\ \begin{cases} F\left(\frac{\pi x}{l}\right)=\pm A_1 f\left[\pm\frac{\pi}{l}(x-\varepsilon_1 2l)\right] \\ \qquad\qquad \pm A_2 f\left[\pm\frac{\pi}{l}(2x-\varepsilon_2 2l)\right]\pm\ldots. \end{cases}$$

und sie gilt natürlich in allen Fällen, in welchen die Giltigkeit von (10) bewiesen ist. Man kann für den practischen Gebrauch noch einen Schritt weiter gehen und den Factor $\frac{\pi}{l}$ gleich mit in die allgemeinen Functionszeichen F und f einrechnen, wodurch man erhält:

$$a_m=\frac{2}{l}\int_0^l F(x)\sin\frac{m\pi x}{l}dx \text{ u. } \alpha_m=\frac{2}{l}\int_0^l f(x)\sin\frac{m\pi x}{l}dx,$$

$$(19)\quad F(x)=\pm A_1 f[\pm(x-\varepsilon_1 2l)]\pm A_2 f[\pm(2x-\varepsilon_2 2l)]\pm\ldots$$

Indessen muss ich zur Vermeidung von Missverständnissen ausdrücklich hervorheben, dass, wenn für irgend 2 Functionen F und f die Reihe (10) giltig ist, nur die Transformation (18) als unmittelbar bewiesen betrachtet werden darf. Bei der Formel (19) haben sich die a und α, somit auch die A geändert, daher muss die Zulässigkeit von Fall zu Fall wieder näher untersucht werden, so lange keine allgemeineren Anhaltspunkte für die Beurtheilung geboten sind. Jedoch gibt es auch Fälle, in denen (19) durch (10) bewiesen ist und der Leser wird in dem Beispiele I des § 4 einen Beleg dafür finden.

Für die Reihe (17) ist nun ohne Weiteres eine ganz analoge Transformation auszuführen.

Zum Schluss wollen wir nun noch erwähnen, wie man zu verfahren hat, um eine Function im weiteren Sinne periodisch darzustellen. Der Kürze halber setzen wir das Intervall wieder

$= 2\pi$. Sei die gegebene Function $Y = F(x)$, so kann man dieselbe in zwei Bestandtheile Y_1 und Y_2 derart zerlegen, dass

$$\left.\begin{aligned} Y_1 &= \frac{F(x)+F(-x)}{2} \\ Y_2 &= \frac{F(x)-F(-x)}{2} \end{aligned}\right\} \quad Y_1 + Y_2 = Y \text{ ist.}$$

Hierbei hat Y_1 die Eigenschaft, für $+x$ und $-x$ dieselben Werthe zu liefern, während Y_2 für entgegengesetzte x auch entgegengesetzte Werthe annimmt. Y_1 und Y_2 haben diese characteristischen Eigenschaften mit den im § 2, resp. 6, behandelten Reihen gemein. Daher kann Y_1 auf der ganzen Strecke von $-\pi$ bis $+\pi$ nach den cos ganzer Vielfacher von x, oder auch nach einer hierzu etwa geeigneten anderen Function $\varphi(x)$ gemäss der Reihe (17) entwickelt werden. Desgleichen ist Y_2 durch die sinus oder irgend eine Function $\psi(x)$ nach Schema (10) ebenfalls zwischen $-\pi$ und $+\pi$ darzustellen. Man hat daher

$$Y_1 = \frac{b_0}{2} + b_1 \cos x + b_2 \cos 2x + \ldots \text{ und}$$

$$Y_2 = a_1 \sin x + a_2 \sin 2x + \ldots, \text{ wobei}$$

$$b_m = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{F(x)+F(-x)}{2} \cos mx\,dx = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} F(x)\cos mx\,dx \quad \text{und}$$

$$a_m = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{F(x)-F(-x)}{2} \sin mx\,dx = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} F(x)\sin mx\,dx \quad \text{ist.}$$

Man habe nun 2 Functionen gewählt

$$\varphi(x) = \frac{\beta_0}{2} + \beta_1 \cos x + \beta_2 \cos 2x + \ldots$$

$$\psi(x) = \alpha_1 \sin x + \alpha_2 \sin 2x + \ldots, \text{ worin}$$

$$\beta_m = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \varphi(x)\cos mx\,dx \quad \text{u. } \alpha_m = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \psi(x)\sin mx\,dx,$$

und man habe sich überzeugt, dass die nach Substitution der

b und β, a und α aus den Gleichungen (16) und (8) hervorgehenden Coefficienten B und A absolut convergiren, oder dass überhaupt Y_1 und Y_2 durch $\varphi(x)$ und $\psi(x)$ periodisch darstellbar sind, so ist bewiesen, dass

$$(20)\begin{cases} F(x)=\frac{B_0}{2}+B_1\varphi[\pm(x-\varepsilon_1 2\pi)]+B_2\varphi[\pm(2x-\varepsilon_2 2\pi)]+\ldots. \\ \pm A_1\psi[\pm(x-\varepsilon_1 2\pi)]\pm A_2\psi[\pm(2x-\varepsilon_2 2\pi)]\pm\ldots\ldots. \end{cases}$$

Diese Gleichung gilt für $-\pi<x<+\pi$, nicht aber im Allgemeinen für $x=-\pi$ u. $+\pi$ selbst. Hier liefert die Reihe, wie die Fourier'sche, den Werth $\frac{F(+\pi)+F(-\pi)}{2}$. Die Werthe der Reihe, welche zwischen $x=-\pi$ u. $x=+\pi$ liegen, wiederholen sich ausserhalb dieser Gränzen nach der positiven und negativen Seite in Intervallen von je 2π, wodurch also der geforderten Periodicität entsprochen ist.

Unter Benutzung der §§ 4 und 6 lassen sich nun leicht Beispiele für diese in weiterem Sinne periodische Reihe aufstellen. Endlich sei bemerkt, dass Reihe (20) einer Erweiterung des Periodicitäts-Intervalls ebenso fähig ist, wie es bei der Reihe (10) demonstrirt wurde und es sind bei weiterer Transformation ganz dieselben Rücksichten im Auge zu behalten, so lange kein directes Erkennungsmittel für die Zulässigkeit geboten ist.

§ 8.

In den voraufgehenden Abschnitten habe ich die formelle Analogie der Reihen (10), (17), (20) mit den Fourier'schen nur deshalb bis zum Ende verfolgt, um damit anzudeuten, wie diese Reihen zu benutzen wären. Man kann dieselben unmittelbar auf die Zerlegung der Schwingungen anwenden. Die Reihen bedeuten nämlich nach Einführung der Zeitgrössen als Variable die Zerlegung periodischer Bewegungen in periodische Componenten nach einem allgemeinen Schema, und zwar sind diese Componenten periodisch im Sinne der Functionen der §§ 2 resp. 6. Zur Vermeidung von Weitschweifigkeit will ich mich hierfür der Ausdrucksweise „Periodicität I resp. II“ bedienen. Die gedachte Zerlegung soll zunächst an einem Beispiel erläutert werden.

Es sei die einfache Pendelschwingung $y=c\sin 2\pi\frac{t}{T}$ zu zer-

legen in periodische Bewegungen, bei denen der bewegte Punkt mit constanter (aber abwechselnd positiver und negativer) Bahngeschwindigkeit um die Ruhelage oscillirt. Die gleichförmige Bewegung wollen wir bezeichnen durch $y = 2\pi\frac{t}{T}$, welcher Ausdruck mit einer willkührlichen Constanten multiplicirt jeder Geschwindigkeit entspricht. Soll diese Bewegung eine periodisch hin- und rückgängige sein, so können wir dies mit den bisher benützten Hilfsmitteln in zweierlei Weise ausdrücken.

Entweder denken wir uns den beweglichen Punkt zur Zeit 0 durch die Ruhelage gehen, zur Zeit $t = \frac{T}{4}$ die grösste Elongation erreichen, welche daher $= \frac{\pi}{2}$ ist; dann kehre der Punkt um, überschreite zur Zeit $t = \frac{T}{2}$ wieder die Ruhelage, um bei $t = \frac{3T}{4}$ die grösste negative Elongation zu erreichen u. s. f. Dieser Vorgang ist nun darzustellen, indem man die Werthe der Function

$$\psi\left(2\pi\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 2\pi\frac{t}{T} \text{ für } 0 < t < \frac{T}{4}, \\ 2\pi\frac{\left(\frac{T}{2} - t\right)}{T} = \pi - 2\pi\frac{t}{T} \text{ für } \frac{T}{4} < t < \frac{T}{2}. \end{cases}$$

ausserhalb der Zeitgränzen 0 und $\frac{T}{2}$ nach der Periodicität I wiederkehren lässt. Wir besitzen aber noch ein zweites Mittel, denselben Bewegungsvorgang darzustellen. Wenn wir die gleichförmige Bewegung zur Zeit $t = 0$ mit der grössten negativen Elongation $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ beginnen lassen, so dass die Ruhelage mit positiver Geschwindigkeit zur Zeit $t = \frac{T}{4}$ durchlaufen wird u. s. w., so ist die Bewegung zwischen den Zeitgränzen 0 und $\frac{T}{2}$

$$\varphi\left(2\pi\frac{t}{T}\right) = 2\pi\frac{t}{T} - \frac{\pi}{2}.$$

Wiederholt sich dies nach der Periodicität II ausserhalb der Gränzen $t=0$ und $\frac{T}{2}$, so ist auch hiedurch die gewünschte Bewegung ausgedrückt. Eine andere Ausdrucksweise nach unseren beiden Periodicitäten ist nicht denkbar.

Unsere Aufgabe, die Pendelschwingung in Componenten obiger Art zu zerlegen, läuft also darauf hinaus, (indem wir $2\pi\frac{t}{T}=z$ setzen),

$F(z)=c\sin z$ zu entwickeln nach

$$\varphi(z)=z-\frac{\pi}{2} \text{ und}$$

$$\psi(z)=\begin{cases} z \text{ für } 0<z<\frac{\pi}{2} \\ \pi-z \text{ für } \frac{\pi}{2}<z<\pi. \end{cases}$$

Dies geschieht mit Benutzung der Reihe (20). Es ist

$$\varphi(z)=-\frac{4}{\pi}\left\{\cos z+\frac{\cos 3z}{3^2}+\frac{\cos 5z}{5^2}+\cdots\right\}$$

$$\psi(z)=\frac{4}{\pi}\left\{\sin z-\frac{\sin 3z}{3^2}+\frac{\sin 5z}{5^2}\pm\cdots\right\},$$

wodurch die α und β für die Gleichungen (8) und (16) gegeben sind. Ferner ist für diesen Fall

$$a_m=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} c\sin z\sin mz\,dz$$

und dies ist c für $m=1$, jedoch Null für jedes andere m; ferner ist

$$b_m=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} c\sin z\cos mz\,dz=0,$$

daher werden in Gl. (20) alle B gemäss (16) zu Null; es bleibt nur der Theil der Reihe (20), welcher die ψ enthält, und zwar ist das allgemeine Glied dieser Reihe

$$\pm\psi\left[\pm\frac{2\pi}{T}(mt-\varepsilon_m T)\right],$$

wo ϵ_m diejenige ganze Zahl bedeutet, welche dem Werthe $\frac{mt}{T}$ am nächsten liegt und die oberen, resp. unteren Zeichen gelten, je nachdem $\frac{mt}{T} \gtrless \epsilon_m$ ist. Die Werthe der Coefficienten A in (20) sind dabei, wie man aus Obigem sofort erkennt, das c-fache der Coefficienten des Beispiels II im § 4; nennt man diese Werthe allgemein C, so hat man die Zerlegung:

$$c \sin 2\pi \frac{t}{T} = \pm C_1 \Phi\left[\pm \frac{2\pi}{T}(t - \epsilon_1 T)\right] \pm$$
$$\pm C_3 \Phi\left[\pm \frac{2\pi}{T}(3t - \epsilon_3 T)\right] \pm \ldots\ldots$$

welche Reihe nach § 3 zulässig ist.

Nach dem Vorgange dieses Beispiels sind auch andere Zerlegungen zu behandeln. Man sieht ohne Weiters, dass, wenn eine gegebene periodische Bewegung gedacht wird als zusammengesetzt aus Componenten einer bestimmten Form, nur eine einzige Art der Zerlegung nach dieser Bewegungsform möglich ist.

Man erkennt ferner, dass, obwohl sich vorläufig nicht sagen lässt, in welchem Zusammenhange die Zulässigkeit der Reihen mit der Natur der darstellenden oder darzustellenden Functionen steht, dennoch unzählige Fälle existiren, in denen sowohl nach Pendelschwingungen, als nach anderen periodischen Componenten zerlegt werden kann, da ja unzählige Reihen mit absolut convergenten Coefficienten denkbar sind. Es wäre gewiss interessant zu untersuchen, ob sich ausser den Pendelschwingungen noch andere periodische Bewegungen finden, nach welchen jede andere zerlegt werden kann.

Auch auf andere Aufgaben kann die Vorstellung von der erweiterten Zerlegbarkeit übertragen werden. Es sei hier nur noch das bekannte Beispiel der Saitenschwingung erwähnt. Der Zustand eines Theilchens eines gespannten Fadens ist bekanntlich allgemein gegeben durch die Gleichung

$$y = \Phi(ct + x) + \Psi(ct - x),$$

worin Φ und Ψ zwei ganz willkürliche Functionen bezeichnen. Der Ausdruck hat die Deutung, dass zwei im Allgemeinen von

einander unabhängige Bewegungsvorgänge sich mit entgegengesetzten, constanten Geschwindigkeiten über den Faden fortpflanzen. Soll der Anfangspunkt $x=0$ des Fadens ein Fixpunkt sein, so folgt daraus bekanntlich

$$\Phi = -\Psi,$$

und ist noch ein zweiter Punkt im Abstande $x=l$ fixirt, so folgt, dass

$$\Phi(u) = \Phi(u+2l),$$

d. h., dass die Function Φ periodisch ist mit dem Intervall $2l$. Man hat also für den in zwei Punkten befestigten Faden

$$y = \Phi(ct+x) - \Phi(ct-x),$$

wobei das periodische Φ gegeben ist, wenn man den Anfangszustand der Saite kennt. Die Function ist entweder darstellbar in den sin und cos ganzer Vielfacher der Variablen oder aber in zwei anderen hierzu geeigneten Functionen φ und ψ, so zwar, dass nach Gl. (20)

$$\Phi(u) = \sum_{m=1}^{m=\infty} B_m \varphi[\pm(u-\epsilon_m 2l)] + \sum_{m=1}^{m=\infty} \pm A_m \psi[\pm(u-\epsilon_m 2l)],$$

wobei man, um den Ausdruck für y herzustellen, $ct+x$, resp. $ct-x$ für u zu substituiren hat. Die Bedeutung des ϵ, sowie die Zeichenwahl ist nach dem vorhergehenden selbstverständlich.

Um nun bei der obigen physikalischen Deutung der Reihen einem möglichen Missverständniss zu begegnen, muss ich ausdrücklich hervorheben, dass durch die Vorstellung einer erweiterten Zerlegbarkeit der schwingenden Bewegungen die Grundanschauungen, welche den meisten physikalischen, besonders den akustischen Betrachtungen zu Grunde liegen, selbstverständlich keine Aenderung erfahren. In allen Fällen, in welchen die Kräfte mit den Verschiebungen der Theilchen proportional sind (und mit solchen Fällen hat es ja die Schwingungslehre meistens zu thun) hat eine verallgemeinerte Zerlegung nur formelle Bedeutung, da hier die Pendelschwingung thatsächlich die physikalische Grundlage der Erscheinungen bildet. Andere wenn auch analytisch zulässige Zerlegungen wird man in diesen Fällen ebensowenig einführen wollen, als man in der Akustik die pendelartigen Schwingungen zusammengesetzt denken wird aus je zwei entgegengesetzten Kreisbewegungen, obgleich diese Betrachtung

geometrisch erlaubt und in der Optik nutzbringend ist (Circularpolarisation). Man wird überhaupt unter den denkbaren Zerlegungen nur solche anwenden, zu welchen die Thatsachen auffordern, wie denn ja auch z. B. die progressive Bewegung durch das Kräfteparallelogramm nur nach denjenigen Richtungen in Componenten zerlegt wird, welche bei der bezüglichen Erscheinung oder Betrachtung einen bestimmten Sinn haben. Daher hat eine erweiterte Anschauung von der Zerlegbarkeit der Schwingungen vorläufig mehr Beziehung zur Phoronomie, als zur speciellen Physik.

Indem ich also nicht glaube, in diesem Punkte missverstanden zu werden, bemerke ich, dass nichts desto weniger eine mehrfache Zerlegung der Schwingungen auch reelle Bedeutung haben kann. Zunächst dürfte es nicht schwierig sein, thatsächliche Belege hiefür zu liefern.

Nach dem am Eingange dieses § gegebenen Beispiel kann ein zum Ohr gelangender einfacher Ton entstanden sein aus dem Zusammentreffen periodischer Luftbewegungen mannigfacher Art. Solche Fälle dürften sich practisch ohne Zweifel verwirklichen lassen und vielleicht am bequemsten in folgender Weise. Der Klang der Lochsirene ist bei der gebräuchlichen Form der Oeffnungen kein einfacher Ton; die Art der periodischen Luftbewegung kann bei diesem Apparate mannigfach modificirt werden durch die Form der ruhenden und beweglichen Oeffnungen, ihren Abstand u. s. f. Der oben behandelte Fall z. B., in welchem die Bewegung der Lufttheilchen in dem austretenden Luftstrome in einiger Entfernung von den Oeffnungen eine gleichförmige, hin- und hergehende sein müsste, liesse sich wahrscheinlich durch sehr einfache Formen der Oeffnungen mit grosser Annäherung erzielen.*) Denkt man sich nun eine solche Sirene mit concentrischen Lochreihen, welche in ihren Dimensionen und Lochzahlen den periodischen Gliedern der obigen oder einer anderen noch convergenteren Entwickelung für die Function $y = c \sin 2\pi \frac{t}{T}$ entsprechen, so hätte man den eigenthümlichen Fall einer Sirene, deren einzelne Lochreihen für sich

*) Prof. Boltzmann beabsichtigte schon vor längerer Zeit die Construction einer Sirene, bei welcher der Klang durch die Form der ruhenden und bewegten Oeffnungen modificirt werden kann. Dieser Gedanke liesse sich also bei obigem Versuche verwerthen.

angeblasen einen bestimmten Klang mit deutlich wahrnehmbaren Obertönen geben, während alle Lochreihen zusammen einen starken einfachen Ton geben müssten, dessen Reinheit um so grösser wäre, je mehr Glieder der Reihe man berücksichtigt. Schon bei obigem Beispiel würden verhältnissmässig wenige Lochreihen genügen. Es dürfte jedoch bei einem solchen Versuche, wenn er gelingen soll, die Resonanz des Windkastens zu beachten sein. Für den Erfolg ist es natürlich ganz gleichgiltig, ob die Partialbewegungen von ein und demselben Luftstrome erregt werden, wie bei dem angedeuteten Versuch, oder ob dieselben aus verschiedenen Quellen und verschiedenen Entfernungen herstammen, wenn sie nur beim Ohr, oder beim Resonator anlangend die von der Reihenentwickelung geforderten Intensitäten und Phasen haben.

Bei diesem oder irgend einem anderen der Theorie noch besser entsprechenden Verfahren würden weder das Ohr noch die Resonatoren die Luftbewegung in die Componenten auflösen, aus denen dieselbe hervorging, da von beiden die Pendelschwingung nicht weiter zerlegt werden kann. Es könnte übrigens dieses Factum, welches eintreten wird, so lange das Princip der Superposition gilt, durchaus nichts Befremdendes haben. Ohr und Resonator können ja auch nicht unterscheiden, ob ein einfacher Ton herstammt von einer irgendwo wirklich einfach erregten Luftschwingung oder durch das Zusammentreffen beliebig vieler solcher einfachen Schwingungen von gleicher Wellenlänge und beliebiger Phase, welche sich bekanntlich stets zu einer einfachen Schwingung zusammensetzen. Ebensowenig kann das Ohr errathen, ob ein einfacher Ton entstanden ist durch das Zusammentreffen von periodischen Luftbewegungen, deren Partialtöne zufällig solche Phasen und Amplituden haben, dass sie sich alle bis auf einen einzigen vernichten.

Wir denken uns in einem unbegränzten Medium, wie es die Luft ist, kleine periodische Bewegungen wellenartig fortgepflanzt. Wenn wir eine solche fortgepflanzte periodische Bewegung in der mathematischen Theorie als eine Summe pendelartiger Schwingungen betrachten, so ist dies zunächst nur eine willkürliche Fiction zur Bequemlichkeit der Theorie eingeführt ohne eine reelle Bedeutung.*) Eine solche gewinnt die Zerlegung erst durch Beziehung auf die

*) Helmholtz, die Lehre von den Tonempfindungen, Seite 220. u. a.

Erscheinungen, welche mit der fortgepflanzten Bewegung im Zusammenhange stehen. Geschieht die Erregung durch ein System pendelartig schwingender elastischer Körper, so hat es einen Sinn, auch in der resultirenden Gesammtbewegung nach Pendelschwingungen zu zerlegen. Oder aber, wenn die lebendige Kraft der fortgepflanzten Luftbewegung (sei auch ihr Ursprung unbekannt) auf mitschwingende elastische Systeme gelangt (Ohr, Resonatoren etc.), welche eben nur Pendelschwingungen aus der Bewegung herausnehmen, so ist es durchaus vortheilhaft, sich die Pendelschwingungen, welche der Fourier'schen Zerlegung entsprechen, auch in der fortgepflanzten Luftbewegung vorzustellen, da diese Vorstellung in unmittelbarstem Zusammenhange mit den physiologischen Wirkungen steht. Das zerlegende (unbewaffnete oder bewaffnete) Ohr erkennt auch Abweichungen vom Prinzip der Superposition durch das Auftreten der Combinationstöne in der Reihe der Partialbewegungen.

Das oben kurz angedeutete Beispiel der Sirene zeigt aber, dass die thatsächlichen Verhältnisse auch zu anderen periodischen Zerlegungen auffordern können und diese haben alsdann eine reelle, wenn auch nicht physiologische Bedeutung. Man denke sich eine bestimmte Luftbewegung, wie sie z. B. beim Erklingen eines musikalischen Instrumentes vorkommt, und für diese Luftbewegung sei die Reihenentwickelung möglich nach irgend einer nicht pendelartigen Form von periodischen Partialbewegungen. Es sei nun die Aufgabe gestellt, durch einen synthetischen Versuch, entweder wie oben mit der Sirene, oder durch ein noch besseres Hilfsmittel die gewünschte Luftbewegung wirklich darzustellen. Man würde sich mathematischerseits zunächst durch directe Anwendung der Reihen die nöthigen Daten verschaffen und durch deren Befolgung beim Versuche aus einer Reihe von gleich gefärbten, aber verschieden hohen Klängen einen Gesammtklang mit wesentlich verschiedener Färbung entstehen sehen. Da hier die Partialbewegungen getrennt erregt werden, so ist man vollkommen berechtigt, sich diese und kein anderen in der entstehenden Luftbewegung vorzustellen, so lange die Superposition gilt.*) Es

*) Auch Abweichungen von der Superposition darf man sich in diesem Falle so vorstellen, als ob noch neue Partialbewegungen derselben Art zu den direct erregten hinzuträten, wenn diese Abweichungen nämlich in derselben Reihenform mathematisch darstellbar sind.

wäre gewiss sehr gezwungen, wenn man sich in diesem Falle jede Partialbewegung für sich in Pendelschwingungen zerlegen wollte, um dann alle diese in der Vorstellung zu einer Gesammtbewegung zusammenzusetzen. Mit Rücksicht auf die Erregung hätte dies keinen Sinn.

Anders ist die Sache, wenn nun die Wirkung auf's Ohr oder mitschwingende elastische Körper in's Auge gefasst werden soll. Dieselbe Gesammtbewegung ist dann nach Fourier zu zerlegen. Man hat also hier für ein und dieselbe Bewegungs-Erscheinung zwei gerechtfertigte Zerlegungsarten, je nach dem Sinne, in welchem die Erscheinung interpretirt werden soll Für die physiologische Seite der Akustik bleibt unter allen Umständen die Bedeutung der Fourier'schen Reihe unberührt.

Hierzu muss noch Folgendes bemerkt werden. Hat man irgend eine Bewegungsform der Lufttheilchen vor Augen, welche den Eindruck einer bestimmten Klangfärbung auf's Ohr macht, so kann man den Partialpendelschwingungen beliebige Phasenverschiebungen ertheilen, ohne dass hiedurch die Klangfärbung geändert würde. Eine unendlich mannigfache Reihe von Bewegungsformen kann daher demselben Klange entsprechen. Dies ist einleuchtend, da der zerlegende Apparat des Ohres eben nur nach dem Vorhandensein und der Intensität der einzelnen Pendelschwingungen fragt, und bekanntlich hat Helmholtz dieses von ihm entdeckte Gesetz durch den directen Versuch bestätigt gefunden. Diese Unabhängigkeit der Klangfarbe von den Phasen der Partialbewegungen lässt sich nun nicht etwa auf andere Zerlegungsweisen einer gegebenen Luftbewegung übertragen, weil dieses Gesetz eine Consequenz der factischen Zerlegung in Pendelschwingungen ist. An bestimmten Fällen lässt sich das Gesagte leicht einsehen. Wenn wir z. B., wie im Anfang des §, die einfache Schwingung nach anderen Partialbewegungen zerlegen, so genügt die Verschiebung einer einzigen Componente, um als Resultat einen für das Ohr sehr complicirten Bewegungsvorgang zu schaffen.

Will man an der Vorstellung der Pendelschwingungen in den Luftbewegungen consequent festhalten, so kann man immerhin die Entstehung des einfachen Tones durch eine unendliche Reihe von Klängen als einen eigenthümlichen Fall von Interferenz auffassen. Man hat aber dabei die Mühe, das Aus-

löschen der vielen Partialtöne von einem Reihengliede zum anderen zu verfolgen.

Es wurde oben nur von der Verschiebung der Lufttheilchen gesprochen. Das über die erweiterte Zerlegung Gesagte lässt sich nun auch auf die periodischen Geschwindigkeiten und Accelerationen bei den Schwingungen übertragen. Wenn man bestimmte Bewegungen in bestimmter Weise zerlegt, so ist es in einzelnen Fällen nicht uninteressant, die Reihen zu vergleichen, welche dabei für die Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Accelerationen zum Vorschein kommen. Die Reihen der Beispiele III, IX und IV in den §§ 4 und 6 stehen, wenn sie im Sinne der Mechanik gedeutet werden, in einem solchen Zusammenhange; sie wurden zu einem beabsichtigten Sirenenversuche berechnet. Ich werde hierauf an einem anderen Orte zurückkommen, da ich hier nur allgemeine Gesichtspunkte berühren wollte.

Aus der obigen Darstellung erhellt, dass die besprochenen Reihen bei denjenigen physikalischen Erscheinungen Anwendung finden können, bei welchen das Gesetz der Superposition gilt und bei denen kleine Bewegungen mit constanter, von der Bewegungsform unabhängiger Geschwindigkeit fortgepflanzt werden. Ich glaube daher, dass es nicht ganz werthlos ist, auf die Möglichkeit von Zerlegungen nach einem allgemeinen Schema, welches den Vorstellungen der Wellenlehre entspricht, und welches meines Wissens bisher bei analytischen Untersuchungen nicht angewendet wurde, aufmerksam gemacht zu haben.

Graz im Juni 1872.

Berichtigung.

Auf Seite 32, Zeile 3 v. o. ist anstatt S_8, S_{10} und ebenda, Zeile 4 v. o. anstatt 10. Sternums, 8. Sternums zu lesen.

Im Selbstverlage.

Druckerei: „Leykam-Josefsthal" in Graz.

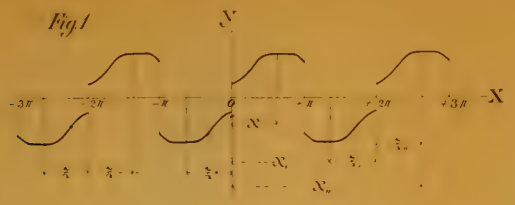
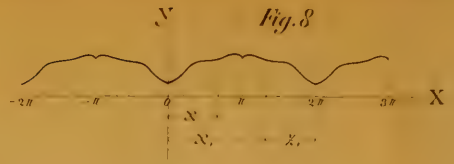
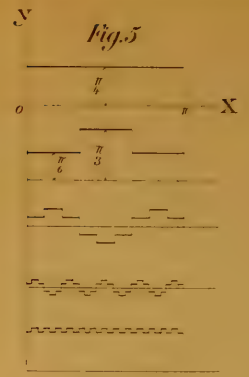
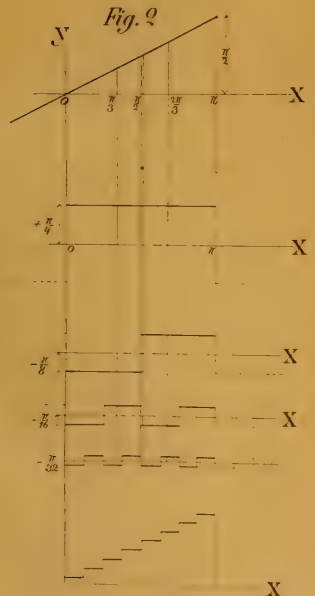
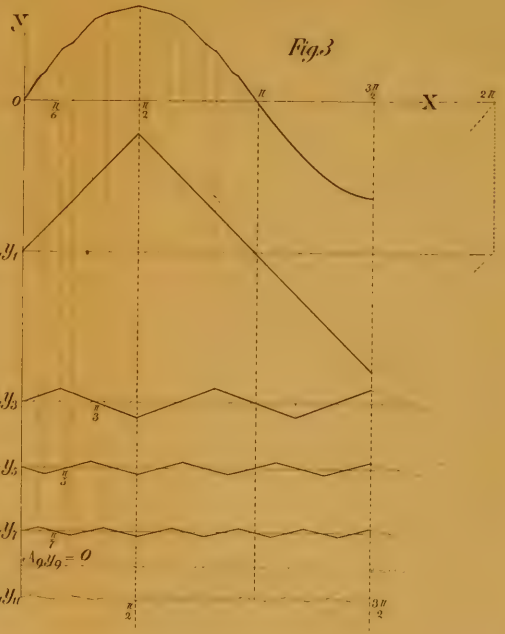


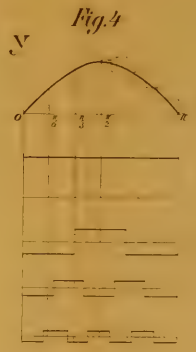
Fig.1
Y
X
-3π
-2π
-π
0
π
2π
3π

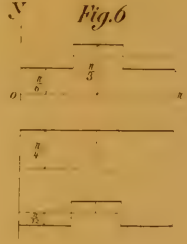

Y
Fig.8
X
-2π
-π
0
π
2π
3π

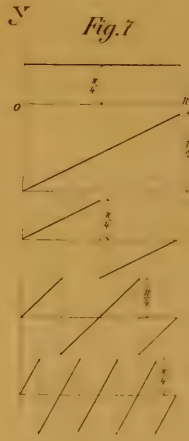

Y
Fig.5
X
0
π

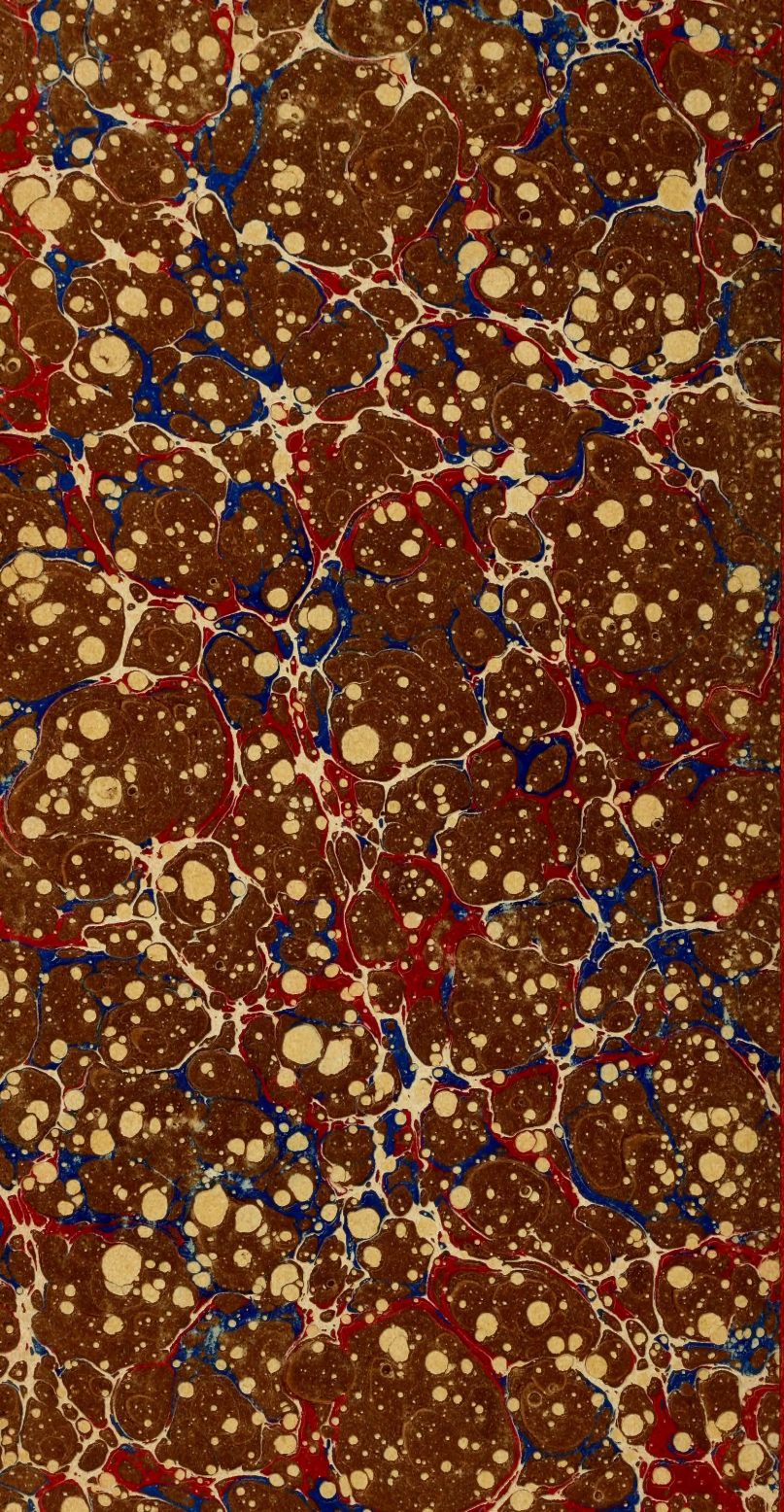

Y
Fig.2
X
0
π


Y
Fig.3
X
0
2π
A₁y₁
A₃y₃
A₅y₅
A₇y₇
A₉y₉ = 0
A₁₁y₁₁


Y
Fig.4
X
0
π


Y
Fig.6
0
π


Y
Fig.7
0
π

Druckerei: „Leykam-Josefsthal“ in Graz.

3 2044 106 305 535